

TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD

Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.

Fyll i omslaget ordentligt. Tentan rättas och bedöms anonymt.

Betygsgränser: 3: 20-29, 4: 30-39 och 5: 40-50.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida. Resultat meddelas via Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.** (14p)

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.**

2. Låt ℓ_1 och ℓ_2 vara linjerna som ges av

$$\ell_1 : 1 - x = \frac{y}{3} = z + 4$$

$$\ell_2 : x - 2 = \frac{z - 1}{2}, y = 3.$$

- (a) Bestäm skärningspunkten mellan ℓ_1 och ℓ_2 . (2p)
(b) Bestäm ekvationen för det plan π som innehåller de båda linjerna ℓ_1 och ℓ_2 . (2p)
(c) Bestäm vinkeln mellan planet π och linjen $\ell_3 : x = y, z = 1$. (2p)
3. Rita grafen (inklusive eventuella asymptoter) till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{x^3}{(x - 1)^2}.$$

4. (a) Skriv ned definitionen av de trigonometriska funktionerna $\sin x$ och $\cos x$. (1p)
(b) Visa (med x i radianer) att (5p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

5. (a) Visa att $f(x) = \sinh x = (e^x - e^{-x})/2$ är inverterbar. (1p)
(b) Bestäm dess invers $f^{-1}(x)$. (5p)

6. En rektangel vars sidor är parallella med koordinataxlarna är inskriven i ellipsen (6p)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a, b > 0.$$

Bestäm den största möjliga omkretsen för rektangeln.

7. (a) Formulera Rolles sats. (1p)
(b) Formulera och bevisa Medelvärdessatsen. (5p)

Lycka till!
Fredrik

Anonym kod	TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD 2018-10-31	Poäng
------------	---	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna följande gränsvärden:

(3p)

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x - \sin^3 x}{x^2 + 2x} \right)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{3x}$

Lösning:

Svar:

(b) Bestäm samtliga lösningar till det linjära ekvationssystemet

(3p)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 7 \\ -2x_1 - 4x_2 - 8x_3 = 22 \end{cases}$$

Lösning:

Svar:

Var god vänd!

(c) Lös ekvationen $\log_3(27) - \log_5(e^{6x}) = 0$. (2p)

Lösning:

Svar:

(d) Beräkna $f'(1)$ om $f(x) = \frac{e^{4x}}{\arccos(\ln(x^2))}$. (2p)

Lösning:

Svar:

(e) Bestäm var tangenten till enhetscirkeln i punkten (x_0, y_0) , med $y_0 \neq 0$, skär y -axeln. (2p)

Lösning:

Svar:

(f) Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = \ln\left(\sin(x) \cos(x) + \frac{3}{2}\right)$, $x \in \mathbb{R}$. (2p)

Lösning:

Svar: