MATEMATIK | **Hjälpmedel: ordlistan från kurshemsidan, ej räknedosa**
Chalmers tekniska högskola | Datum: 2019-01-08 kl. 14.00–18.00
Tentamen | Telefonvakt: Gustav Lindwall
Telefon: 5325

TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD

Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.
Fyll i omslaget ordentligt. Tentan rättas och bedöms anonymt.
Betygsgränser: 3: 20-29, 4: 30-39 och 5: 40-50.
Lösningar läggs ut på kursens webbsida. Resultat meddelas via Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfället.

---

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.** (14p)

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.**

2. Låt $A = (1, 1, 0)$, $B = (2, -2, 1)$, $C = (1, 5, -2)$, $D = (2, 0, -3)$ och $E = (0, 1, 0)$.

(a) Bestäm ekvationen för det plan π som innehåller punkterna A, B och C. (3p)

(b) Bestäm ekvationen på standardform för den linje ℓ som går genom punkterna D och E, samt den punkt i vilken ℓ skär planet π. (3p)

3. Rita grafen (inklusive eventuella asymptoter) till funktionen (6p)

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

samt bestäm och karaktärisera dess samtliga extremvärden.

4. Bestäm antalet lösningar till ekvationen (6p)

$$\left(\frac{1}{x}\right)^{\ln x} = a, \quad x > 0$$

för olika värden på konstanten $a \in \mathbb{R}$.

5. En cylindrisk behållare med total area (d.v.s. mantelarean plus arean för lock och botten) A skall tillverkas. Bestäm dimensionerna som maximerar behållarens volym, och beräkna den maximala volymen. (6p)

6. (a) Skriv ned definitionen av att en funktion f är kontinuerlig i inre punkt $a \in D_f$. (1p)

(b) Skriv ned definitionen av att en funktion f är deriverbar i inre punkt $a \in D_f$. (1p)

(c) Visa att om f är deriverbar i inre punkt $a \in D_f$ är den även kontinuerlig i a. (2p)

(d) Visa att $f(x) = |x|$ är kontinuerlig men inte deriverbar i $x = 0$. (2p)

7. Använd gränsvärdet $\lim_{h\to 0} \frac{\sin h}{h} = 1$ för att:

(a) Härleda resultatet (2p)

$$\lim_{h\to 0} \frac{\cos h - 1}{h} = 0.$$

(b) Visa att (4p)

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x.$$

Lycka till!
Fredrik

Anonym kod	TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD 2019-01-08	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna följande gränsvärden: (3p)

(i) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{3^x + 4^{x+1}}{4^x + 2^{x+1}}$

(ii) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(x^2+1)}{1-\cos(\pi x)}$

Lösning:

Svar: ....

(b) Tillståndet för en ideal gas ges av $pV = kT$ där p är trycket, V är volymen, T är temperaturen och k är en konstant. Betrakta en ideal gas i en sfärisk behållare med radie r och bestäm hur snabbt trycket sjunker då $\frac{dr}{dt} = 1$ m/s, $r = 1$ m och $p = 40$ kPa om expansionen antas vara isoterm, d.v.s. T hålls konstant. (3p)

Lösning:

Svar: ....

Var god vänd!

(c) Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = e^{-x^2+2x}, x \in \mathbb{R}$. (2p)
Lösning:

Svar: ....

(d) Bestäm alla värden för konstanten $a \in \mathbb{R}$ sådana att ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ x + a(a-1)y = a \end{cases}$$

saknar lösning.
Lösning:

Svar: ....

(e) Beräkna $f'(1)$ om $f(x) = \sin(\pi x + \arctan x)$. (2p)
Lösning:

Svar: ....

(f) Bestäm vinkeln $\phi \in [0, \pi]$ mellan vektorerna $\vec{u} = (1, 3, -2)$ och $\vec{v} = (3, 2, 1)$. (2p)
Lösning:

Svar: ....