

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

a) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen

$$x + \ln(e^x + 1) = \ln 3. \quad (2\text{p})$$

b) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen

$$\sin 7x + \sin x = 0. \quad (2\text{p})$$

c) Beräkna gränsvärdet av  $\frac{\sin(x^2)}{x^4 - 5x^2}$  då  $x \rightarrow 0$ . (2p)

d) Beräkna  $f'(x)$  då  $f(x) = \sqrt{1 - x^2} \arcsin x$ . (2p)

e) Bestäm ekvationen (i normalform) för det plan som innehåller punkterna  $(1, 2, 1)$ ,  $(3, 1, 2)$  och  $(4, 3, 0)$ . (3p)

f) Bestäm alla komplexa tal  $z$  som uppfyller  $z^6 = 64$ . Svara på formen  $z = a + ib$ , utan trigonometriska uttryck. (3p)

**Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.**

2. Visa att  $2 \arctan x - \frac{\pi}{2} < \ln(1 + x^2)$  för alla  $x > 1$ . (6p)

3. Rita funktionskurvan  $y = \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$  med angivande av eventuella asymptoter, växande och avtagande samt lokala extrempunkter. (6p)

4. En ljusstråle med riktningen  $\mathbf{v} = (2, -1, 0)$  reflekteras mot planet  $2x + 3y - z = 1$ . Vilken riktning har den reflekterade strålen? (6p)

5. Går det att välja  $a$  så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x(2 - \sin \frac{1}{x}) & \text{om } x \neq 0 \\ a & \text{om } x = 0 \end{cases}$$

blir deriverbar i  $x = 0$ ? (6p)

**VÄND!**

6. Nedan ges sex påståenden. Avgör för vart och ett om det är sant eller falskt. Du behöver **inte** motivera dig. Rätt svar ger 1p, fel svar ger -1p, inget svar ger 0p. Du kan dock inte få mindre än 0p på hela uppgiften.

a)  $\arcsin(\sin x) = x$  för alla  $x \in \mathbb{R}$ .

b)  $\sin(\arcsin x) = x$  för alla  $x \in [-1, 1]$ .

c) Om  $f(0) = 3$  så gäller att  $f(x) \rightarrow 3$  då  $x \rightarrow 0$ .

d) Om  $f'(x) > 0$  för alla  $x \neq 0$  så är  $f$  en strängt växande funktion.

e) Det finns en kontinuerlig funktion  $f$  med  $D_f = ]0, 1[$  och  $V_f = [0, 1]$ .

f) Det finns en kontinuerlig funktion  $f$  med  $D_f = [0, 1]$  och  $V_f = ]0, 1[$ . (6p)

7. a) Definiera vad som menas med att en funktion  $f$  har ett gränsvärde  $A$  då  $x$  går mot oändligheten.

b) Visa att om  $f(x) \rightarrow A$  och  $g(x) \rightarrow B$  då  $x \rightarrow \infty$  så följer att

$$f(x) + g(x) \rightarrow A + B \text{ då } x \rightarrow \infty \quad (6p)$$

Lycka till!  
Sven Järner