Övningstentamen nr 2 i Inledande matematik V, tmv 125.
Tid:

MATEMATIK — Hjälpmedel: Inga
Chalmers — Telefonvakt:

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.
   a) För vilka reella tal x gäller att $|2x+3| - |x-2| = 1$? (3p)
   b) R är mängden av reella tal och $A \subset R$. Negera utsagan: " för alla $y \in A$ finns $x \in R$ så att $x^2 = y$ ". (2p)
   c) För vilka reella tal x gäller att $2 \cdot 3^{2x} - 3^{x+1} = 20$? (2p)
   d) Skriv det komplexa talet $(\sqrt{3}+i)^{50}$ på formen $a + ib$ utan hjälp av cosinus- eller sinus-funktioner i svaret. (2p)
   e) Vad är $f'(\frac{\pi}{6})$ om $f(x) = 4\cos^3 x + \tan^3 x$? (2p)
   f) Ange något värde på a så att ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -x + ay + 2z = 1 \\ -2x + 2y + az = a \end{cases}$$

   har många lösningar. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. Bestäm alla reella tal x så att $\dfrac{3x+7}{x+1} > \dfrac{5}{2-x}$ (6p)
3. Låt $f(x) = x^{\sin x}$.
   a) beräkna $\lim_{x \to 0^+} f(x)$.
   b) Bestäm ekvationer för tangent och normal till kurvan $y = f(x)$ i punkten (1,1). (7p)
4. Fyra punkter i rummet är givna med koordinater i ett ON-system: $P_1 : (1,0,1)$, $P_2 : (-1,1,1)$, $P_3 : (2,2,0)$ och $P_4 : (3,2,1)$. (6p)
   a) Bestäm, på parameterform, den linje som går genom P_4 och är vinkelrät mot planet genom P_1, P_2 och P_3.
   b) Beräkna volymen av tetraedern med hörn i P_1, P_2, P_3 och P_4.
5. Visa att ekvationen $x - 2 = \ln x$, $x > 0$ har exakt två rötter. Bestäm också två intervall $[a,b]$ och $[c,d]$ med $a < b < c < d$ sådana att vardera intervallet innehåller en rot. (5p)

VÄND!

Övningstentamen nr 2 i Inledande matematik V, tmv 125.
Tid:

MATEMATIK — Hjälpmedel: Inga
Chalmers — Telefonvakt:

---

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt.

   a) Ekvationen $z^n = 1$ har exakt n stycken olika komplexa rötter för varje positivt heltal n.

   b) $e^z \neq 0$ för varje komplext tal z.

   c) Om f är en inverterbar funktion så är f strängt monoton.

   d) Om f är deriverbar i en punkt a så är f också kontinuerlig i a.

   e) Om f är deriverbar i en omgivning av a och $f'(a) = 0$ så har f ett lokalt extremvärde i a.

   f) Om f är två gånger deriverbar i en omgivning av a och $f''(a) < 0$ så har f ett lokalt maximum i a.

(6p)

7. a) Definiera vad som menas med att en funktion f är strängt växande på ett intervall I.

   b) Formulera medelvärdessatsen för derivator.

   c) Med hjälp av medelvärdessatsen är det ganska lätt att bevisa att om $f'(x) > 0$ på ett intervall I så är f sträng växande på I. Gör det!

(6p)