

TMV125 Inledande matematik V, ht 05

Vecko-PM läsvecka 6.

Kapitel 4.3 - 4.7, 4.9

Mål: Målet med kapitel 4 är angivet i vecko PM vecka 5.

4.3. Beräkning av derivator.

Deriveringsregler (Sats 4.2, 4.3): *Summa, produkt, kvot, kedjeregeln*

Derivatans av inversen. Sats (4.6)

Elementära funktioners derivator. (Satserna 4.4, 4.5 och 4.7.)

Implicit derivering.

Komplex derivering.

Rekommenderade övningar:

I första hand: 4.9 - 4.12, 4.14, 4.15, 4.19, 4.21

Om du hinner: 4.20, 4.22.

4.4. Några viktiga satser om derivator.

Satsen om betydelsen av derivatans tecken. (Sats 4.8.)

Lokala extremvärden. (Sats 4.9.)

Rolles sats och medelvärdessatsen. (Satserna 4.10 och 4.11.)

Rekommenderade övningar:

I första hand: 4.23, 4.24, 4.26

Om du hinner: 4.25.

4.5. Användning av derivator

Kurvritning och max- minproblem.

Olikheter.

Antal rötter till en ekvation.

Kurvritning

Att rita en kurva $y = f(x)$ innebär, i de flesta fall, att man

1. Bestämmer funktionens och derivatans definitionsmängder.
2. Beräknar derivatan och undersöker hur derivatans tecken varierar.
3. Beräknar gränsvärden för funktionen i alla punkter (inklusive $\pm\infty$) som avgränsar intervallen i D_f och $D_{f'}$ och funktionsvärden i de punkter där $f'(x) = 0$.
4. Eventuellt beräknar gränsvärden för derivatan i punkter ovan.
5. Beräknar eventuella asymptoter
6. Eventuellt avgör var kurvan är strängt konvex/konkav med hjälp av f' eller f'' .
7. Eventuellt beräknar ytterligare funktionsvärden eller punkter där kurvan skär koordinataxlarna.
8. Ritar en kurva som överensstämmer med de slutsatser ovanstående leder till.

Rekommenderade övningar:

I första hand: 4.27 - 30, 4.31a, 4.32, 4.33, 4.35, 4.36.

Om du hinner: 4.31b, 4.34, 4.37.

4.6. Derivator av högre ordning.

Betydelsen av andraderivatans tecken. (Sats 4.12.)

Konvexa och konkava funktioner. (Sats 4.13.)

Rekommenderade övningar:

I första hand: 4.38, 4.43, 4.42, 4.44.

Om du hinner: 4.40.

Gruppövningar

1. Ge exempel på en funktion $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ som antar värdena 0 och 2, men inte värdet 1.
2. Ge exempel på en funktion $g : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ som inte antar något största värde på intervallet $[0, 1]$.
3. Är det möjligt att finna exempel på funktioner f och g i 1) respektive 2) ovan som är kontinuerliga? Varför? Varför inte?
4. Bestäm värdemängden till funktionen

$$f(x) = \frac{x+1}{x}, \quad x \in]0, 1].$$

Tänk noga igenom *vad* man behöver motivera, samt *hur* man motiverar, när man bestämmer värdemängden.