

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser, ev bonuspoäng inräknad: 20 - 29 p. ger betyget 3, 30 - 39 p. ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

Lösningar anslås första arbetsdagen efter tentamenstillfället.

Rättningsprotokoll anslås ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

a) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + y + 2z = 0 \\ x - 3y - 2z = 4 \end{cases}$$

b) Bestäm alla reella  $x$  som uppfyller olikheten  $|3x + 2| > 4$ . (2p)

c) Ange en ekvation för någon rät linje som går genom punkten  $(1, 2, 3)$  och som är vinkelrät mot vektorn  $(3, 4, 1)$ . (2p)

d) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen (2p)

$$2 \cdot 4^{2x} - 4^{x+1} = 30.$$

e) Beräkna följande gränsvärden: (3p)

$$\text{i. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x \cos x} \quad \text{ii. } \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x \quad \text{iii. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2x - 1)}{x}$$

f) Bestäm inversa funktionen till funktionen  $f(x) = x^2 - 4x$ ,  $x \leq 2$  och ange inversens definitionsmängd och värdemängd. (3p)

**Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.**

2. Bestäm ekvationer för tangent och normal till kurvan  $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2+1}$  i den punkt på kurvan där  $x = 1$ . (6p)

3. Bestäm största respektive minsta värde till funktionen  $f(x) = \frac{1}{x} + \ln \sqrt{x}$  på intervallet  $\frac{1}{100} \leq x \leq 100$ . (6p)

4. En ljusstråle med riktningen  $(-1, 2, 4)$  reflekteras i planet  $2x - y + 3z = 6$ . Vilken riktning har den reflekterade strålen? (6p)

5. Avgör för vilka  $a > 0$  som kurvan  $y = a^x$  skär linjen  $y = x$ . (6p)

**VÄND!**

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)
- a) Utsagan  $P \wedge \neg Q$  är negationen till utsagan  $P \Rightarrow Q$ .
  - b) Varje linjärt ekvationssystem med färre ekvationer än obekanta har oändligt många lösningar.
  - c) Lösningsmängden till ekvationen  $|z + 2i| = |z - 3 - i|$  utgörs av en rät linje i det komplexa talplanet.
  - d) Om  $f'(x) > 0$  för varje  $x \in \mathbf{R}$  så är  $f$  en obegränsad funktion.
  - e) Om  $f$  och  $g$  är funktioner definierade för alla  $x \geq 0$ , och om  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ , så är  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)g(x) = 0$ .
  - f) Om det för vektorerna  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  gäller att  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{u} \times \mathbf{w}$ , så måste  $\mathbf{v} = \mathbf{w}$ .
7. a) Definiera *derivatan* av en funktion  $f$  i en punkt  $a$ . (6p)
- b) Ge exempel på en funktion som är kontinuerlig i en viss punkt, men inte deriverbar i denna punkt.
  - c) Bevisa att om en funktion är deriverbar i en punkt så är den också kontinuerlig i punkten.

Lycka till!  
/LF