

Svar till övningstenta 3

1. a) Ekvationen kan skrivas $x^2 + \frac{(y+1)^2}{2^2} = 1$ och är alltså en ellips med centrum i $(0, -1)$ och med halvaxlarna $a = 1$ och $b = 2$.

b) $x + \ln|x| - 2\ln|x+1| + C$

c) $13/3$

d) $y(x) = -\ln(\ln|\cos x| + C)$

e) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!} e^{k+1}$

2. $y(x) = (1 - \frac{1}{x})e^x + \frac{e}{x}$

3. $3\sqrt{2}$ kg

4. • Olikheten $0 \leq \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{1+k^3}$ är sann ty alla termer i summan är positiva.

• Olikheten $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{1+k^3} \leq \int_1^{\infty} \frac{1}{1+x^3} dx$ är sann ty

$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{1+k^3}$ kan betraktas som en undersumma till integralen $\int_1^{\infty} \frac{1}{1+x^3} dx$

• Olikheten $\int_1^{\infty} \frac{1}{1+x^3} dx \leq \int_1^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ är sann ty $\frac{1}{1+x^3} \leq \frac{1}{1+x^2}$ för alla $x \geq 1$.

• Den sista integralen kan lätt beräknas exakt;

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = [\arctan x]_1^{\infty} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

5. $y(x) = C_1x + \frac{C_2}{x} + \frac{x}{2} \ln x$

6. a) Sant

b) Sant

c) Sant