TMV130, Envariabelanalys V & AT, läsåret 2013/14
Vecko–PM läsvecka 5

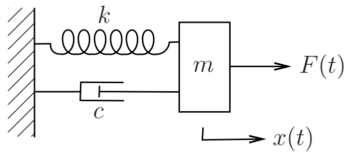
Adams: 3.7, 18.3–18.6

Vi fortsätter på förra veckans tema och studerar differentialekvationer med tillämpningar. Denna vecka skall vi studera differentialekvationer av högre ordning och mest tid skall vi ägna åt *linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter* (avs. 3.7, 18.5 & 18.6) dvs. ekvationer på formen;

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + ... + a_1 y' + a_0 y = f(t)$$

Sådana differentialekvationer är av grundläggande betydelse vid studier av svängningsproblem inom bl.a. mekanik, elektroteknik, akustik, optik, vibrationslära. Ett klassiskt sådant svängningsproblem är att beskriva rörelsen hos en kropp som är kopplad till en fix punkt via en fjäder (med fjäderkonstant k), där rörelsen eventuellt också är påverkad av en dämpare (med dämpkonstant c) och/eller någon påtvingande yttre kraft ($F(t)$, där t är tiden). Om $x(t)$ är kroppens avvikelse från jämviktsläget vid tiden t så ger fysikaliska lagar att;

$$mx'' + cx' + kx = F(t)$$



Den allmänna lösningen till en (inhomogen) linjär differentialekvation kan skrivas på formen $y_h + y_p$, där y_h är den allmänna lösningen till motsvarande homogena ekvation (dvs. med $f(t) \equiv 0$) och y_p är en godtycklig lösning till den inhomogena ekvationen (en s.k. *partikulärlösning*). Vi skall speciellt se hur homogen- och partikulärlösningar kan bestämmas i de fall då ekvationen (som ovan) har konstanta koefficienter.

I övrigt skall vi i avsnitt 18.4 studera vissa typer av andra ordningens differentialekvationer som med substitution kan överföras på form vi tidigare studerat. Dessutom skall vi i avs. 18.3 studera några metoder (*Eulers metod, Trapetsmetoden* och *Heuns metod*) för att lösa differentialekvationer approximativt. Sådana är speciellt värdefulla eftersom många differentialekvationer (i någon mening de flesta) inte kan beräknas exakt.

Rekommenderade uppgifter

Talen i tabellen refererar till övningsuppgifter i sjunde upplagan av *Calculus, a complete course*, av Adams och Essex.

Avsnitt	Godkäntnivå		Överbetygsnivå
	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	
18.3		4 (skissa även riktningsfältet och jfr med exakt lösning)	
3.7	1, 3, 5, 7	13, 14, 15	17, 25
18.4		7, 8	CR18:7 (CHAPTER REVIEW)
18.5	1	5	7
18.6	3, 5	7, 9, 11	10, 12, 15

Veckans kryssuppgifter: 3.7.13, 18.5.7, 18.6.11, CR18:7

Lärmål

För att bli godkänd på kursen skall du kunna:

Adams	**Mål**
3.7 18.5	känna till vad som menas med *karakteristiska ekvationen* till en linjär homogen differentialekvation med konstanta koefficienter, samt kunna lösa sådana differentialekvationer.
18.6	bestämma partikulärlösning till en linjär inhomogen differentialekvation med konstanta koefficienter $P_n(D)y = f(x)$, där högerledet $f(x)$ är av typ som förekommer i avsnitt 18.6, samt bestämma allmänna lösningen till en sådan ekvation.
18.3	redogöra för idén bakom (en skiss och kort förklaring räcker), och kunna tillämpa, Eulers metod för approximativ lösning av begynnelsevärdesproblem (sid 1002 och övre halvan av sid 1003).
18.4	skriva om högre ordningens differentialekvation som ett system av första ordningens differentialekvationer (se Exercise 7 & 8 sid 1010).
3.7 18.3–18.6	lösa begynnelsevärdesproblem där differentialekvationen är en linjär differentialekvation med konstanta koefficienter. Du skall också utifrån löpande text, som leder till sådana problem, kunna sortera ut och ange begynnelsevillkor för sökt storhet.

För överbetyg skall du också kunna:

Adams	**Mål**
3.7 18.6	bestämma rörelsen hos en dämpad eller odämpad harmonisk ocillator, genom att ställa upp och lösa en differentialekvation som beskriver rörelsen. I systemet kan kroppens rörelse påverkas av en fjäder, en dämpare och ev. en påtvingande yttre kraft. Du skall också känna till vad som menas med *kritiskt dämpat* och *överdämpat system*, samt vad som menas med *resonans* i systemet.
3.7 18.5	redogöra för de olika formerna (se (a), (b) & (c) på sid 1011) för allmänna lösningen till homogena differentialekvationer av andra ordningen med konstanta koefficienter. Du skall också kunna bevisa att lösningarna till sådana ekvationer har de former du redogör för
18.4	lösa differentialekvationer av typen $F(y'', y', x) = 0$ och av typen $F(y'', y', y) = 0$. (se Ex.1 & Ex.2 sid 1007-1008)
18.5	lösa differentialekvationer av typen $ax^2y'' + bxy' + cy = f(x)$ (*Euler ekvationer*).