

## Tentamen i Matematisk Analys i en variabel E (TMV136)

den 24/8 -07 kl 8.30-12-30

Inga hjälpmedel, inte ens kalkylator

Telefon: Jonatan Vasilis 0762-72 18 60

Maxpoäng 50, betygsgränser 20,30 och 40

- 1) Beräkna  $\int_0^{\pi^2} \sin \sqrt{x} dx$
  - 2) Beräkna  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x - \cos^2 x + 1}{x^2}$  när  $x$  går mot 0
  - 3) Lös begynnelsevärdesproblemet  $y' + xy = xe^{-x^2/2}$   $y(0) = 1$
  - 4) Beräkna  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x(2+x^2)}$
  - 5) Lös begynnelsevärdesproblemet  $y'' + y = x^2$   $y(0) = y'(0) = 0$  (8p)
  - 6) Vilket arbete uträttas om man pumpar ut vattnet över ovre kanten ur en vattenfylld kon med toppdiameter 2m och höjd 2m (konen står med spetsen nedat)?
  - 7) Betrakta differentialekvationen  $y' - y = g(x)$  med beg.värdet  $y(0) = 1$   
Om  $g$ , som betraktas som en störning, vet vi bara att  $g(0) = 0$  och  $|g(x)| < \varepsilon$ . Visa att lösningen  $y$  kan skrivas  $y(x) = e^x(1 + f(x))$  där  $|f(x)| < \varepsilon$
- 8a) Skriv upp Taylors formel. Resttermen kan skrivas i olika former.  
Valj en av dem.
- b) Beräkna 150:e derivatan av  $e^{x^{50}}$  i  $x=0$