

Matematisk analys i en variabel E1 (TMV136) 2007-08-24

Skrivtid: 8.30-12.30 Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa. Formelsamling på baksidan.

Telefon: Jonatan Vasilis, 0762-721860

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper. Skriv linje och inskrivningsår på omslaget.

1. Beräkna

$$\int_0^{\pi^2} \sin x dx. \quad (6p)$$

2. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x - \cos^2 x + 1}{x^2} \quad (6p)$$

3. Lös begynnelsevärdesproblemet
- $y' + xy = xe^{-x^2/2}$
- ,
- $y(0) = 1$
- (6p)

4. Beräkna

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x(2+x^2)} \quad (6p)$$

5. Lös begynnelsevärdesproblemet
- $y'' + y = x^2$
- ,
- $y(0) = y'(0) = 0$
- (6p)

6. Vilket arbete uträttas om man pumpar ut vatten över övre kanten ur en vattenfylld kon med toppdiameter 2m och höjd 2m (konen står med spetsen nedåt)? (7p)

7. Betrakta differentialekvationen
- $y' - y = g(x)$
- med begynnelsevärdet
- $y(0) = 1$
- . Om
- g
- , som betraktas som en störning, vet vi bara att
- $g(0) = 0$
- och
- $|g(x)| < \epsilon$
- . Visa att lösningen
- y
- kan skrivas
- $y(x) = e^x(1 + f(x))$
- där
- $|f(x)| < \epsilon$
- . (7p)

8. a) Skriv upp Taylors formel. Resttermen kan skrivas i olika former; välj en av dem.

- b) Beräkna 150:e derivatan av
- e^x
- i
- $x = 0$
- .

(6p)