

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget

5. (Bonuspoäng från hösten 2014 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida efter tentamen.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Angående granskning, se kursens hemsida [www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv137/1415/](http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv137/1415/)

---

1. Beräkna:

a)  $\int \cos(2x) dx$ ,   b)  $\int_0^{\pi^2/4} \sin(\sqrt{x}) dx$ ,   c)  $\int \frac{x^3 - 3x - 1}{x^2 - x - 2} dx$ .      (2+3+3p)

2. Beräkna om möjligt  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - \cos(x))^2}{x \arcsin x}$ .      (6p)

3. Lös differentialekvationen  $y'' - 2y' + y = e^x$ .      (6p)

4. Härled Eulers metod för approximation av lösningen till begynnelsevärdesproblemet  $\begin{cases} y'(x) = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$  Ge iterationsformeln explicit.      (6p)

5. Beräkna arean av de rotationsytor som uppkommer då området i  $\mathbb{R}^2$  som begränsas av y-axeln och graferna till funktionerna  $y = 2 - x$  och  $y = x$ , roteras a) runt y-axeln, b) runt x-axeln.      (3+3p)

6. Lös integralekvationen      (6p)

$$\frac{x^2}{2} y(x) + \int_1^{\ln x} e^{2t} y(e^t) dt = x^2.$$

7. Beräkna  $\sum_{k=1}^n k^2$  och ange utan en summasympol (ett så kallat slutet uttryck), summan beroende på  $n$ .      (6p)

8. Förklara informellt genom ett exempel varför inte alla funktioner är (Riemann-)integrerbara och ange hur det valda exemplet visar att inte alla funktioner är integrerbara. Var så explicit att det framgår tydligt varför det valda exemplet visar att alla funktioner inte är integrerbara.      (6p)

Lista med Maclaurinutvecklingar, nästa sida; vgv.

### Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} e^\xi$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \cos \xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!} \cos \xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2} x^2 + \binom{\alpha}{3} x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n} x^n + \binom{\alpha}{n+1} x^{n+1} (1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är  $\xi$  ett tal mellan 0 och  $x$ .

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots(\alpha-k+1)}{k!}$$