MATEMATIK
Chalmers

Tentamen Matematisk analys i en variabel för E1, (TMV137, 136)
Tid: 2016-08-15, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Edvin Wedin, ankn 5325

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. (Bonuspoäng från läsåret 1516 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida efter tentamen.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Angående granskning, se kursens hemsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv137/1516/

---

1. Beräkna om möjligt:
   a) $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{4x^2+1}\,dx$, b) $\int \tan x\,dx$, c) $\int xe^{-x}\,dx$, d) $\int e^x \sin x\,dx$. (8p)

2. Beräkna om möjligt: $\lim_{x\to 0} \frac{x^2+2\cos x - 2)}{x^2 - x\ln(x+1)}$. (6p)

3. Lös om möjligt följande ODE (dvs finn om möjligt alla lösningar till ODE:n och bestäm de som uppfyller ett eventuellt föreskrivet begynnelsevillkor):
   a) $y' - y = x$, b) $y' = y^2,\ y(0) = 0$. (6p)

4. Lös om möjligt **TVÅ** av följande tre ODE: (6p)
   a) $y'' - y = x,\ y(0) = 0$, y'(0)=2, b) $y'' - 3y' + 2y = x$,
   c) $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$.

5. Härled Eulers metod för approximation av lösningen till begynnelsevärdesproblemet $\begin{cases} y'(x) &= f(x,y) \\ y(x_0) &= y_0. \end{cases}$ Ge iterationsformeln explicit. (6p)

6. En dag började det snöa. En snöplog skickades ut klockan 12. Den har plogat 2 mil klockan 13 och 3 mil klockan 14. När började det snöa? Antag att snöfallet intensitet är konstant och att plogen plogar en konstant mängd snö per tidsenhet. (6p)

7. Finn om möjligt de kurvor i $\mathbf{R}^2$ som vinkelrätt skär alla kurvorna, i familjen $x = ky^2$ för alla olika värden på konstanten k. *Hint*: Ställ upp och lös en lämplig ODE. (6p)

8. Härled en lösningsformel för lösningen y till $y' + f(x)y = g(x)$, i termer av de givna, kända, funktionerna f och g. (6p)

Lista med Maclaurinutvecklingar, nästa sida; vgv.

VA

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^\alpha = 1+\alpha x+\binom{\alpha}{2}x^2+\binom{\alpha}{3}x^3+\cdots+\binom{\alpha}{n}x^n+\binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$