Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad. Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. (Bonuspoäng från läsåret 1617 inkluderas.) Lösningar läggs ej ut på kursens webbsida efter tentamen; lösningar läggs bara ut för årets huvudtenta. Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Angående granskning, se kursens hemsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv137/1617/

1. Beräkna integralerna i a) - g): (9p)

a) $\int e^{1-x}\,dx$, b) $\int \frac{1}{4x^2+1}\,dx$, c) $\int \frac{x^2}{x^3+1}\,dx$, d) $\int_0^{\pi/4} \tan x\,dx$,

e) $\int xe^x\,dx$, f) $\int \frac{x^3+3x^2}{x^2+1}\,dx$, g) $\int_{-1}^{1} \frac{6x^3}{\sqrt{1+\sin^2 x}}\,dx$.

2. Lös följande ODE: a) $y' - y = x,\ y(0) = 0$, b) $y' = xy$, (6p)
c) $y'' - 8y' + 15y = 0$.

3. Beräkna om möjligt gränsvärdet (6p)

$$\lim_{x\to 0} \frac{(e^{2x}-1)\ln(1+x^3)}{(1-\cos(3x))^2}.$$

4. Lös differentialekvationen $y'' + y' - 2y = (6x+2)e^x$. (6p)

5. Kurvorna $y = (\frac{2x-e}{e})^2$ och $y = \frac{e}{x}$ samt x-axeln avgränsar tillsammans med linjen x=2e parallell med y-axeln, ett begränsat område i första kvadranten av xy-planet. Teckna med hjälp av integraler ett uttryck för volymen som detta begränsade område ger upphov till vid rotation runt x-axeln; volymen behöver ej beräknas, d. v. s. de ingående integralerna behöver ej beräknas. (6p)

6. Lös ekvationen $y'' + 2y' + 2y = x + 1 + x\sin x$. (6p)

7. Bestäm om möjligt en lösning till $(y')^2 = 9y^{4/3}$ sådan att $y(-2) = 1$ och $y(3) = 1$. Bevisa speciellt att din föreslagna lösning verkligen är deriverbar och uppfyller ODE:n. **Ledning**: Skarvning. (5p)

8. Formulera och bevisa Differential- och integralkalkylens huvudsats; båda ‘delarna’. (6p)

Lista med Maclaurinutvecklingar, nästa sida; vgv.

VA

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n\frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^{\alpha} = 1+\alpha x+\binom{\alpha}{2}x^2+\binom{\alpha}{3}x^3+\cdots+\binom{\alpha}{n}x^n+\binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$