MATEMATIK Tentamen Matematisk analys i en variabel för E1, (TMV137, 136)
Chalmers Tid: 2018-08-20, kl 8.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare. Telefonvakt: Fanny Berglund, ankn. 5325.

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad. Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. (Bonuspoäng från läsåret 1718 inkluderas.) Lösningar läggs ut på kursens webbsida efter tentamen. Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.
Angående granskning, se kursens hemsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv137/1718/

---

1. Beräkna integralerna i a) - d): **a)** $\int_0^1 x(x+x^2)\,dx$, **b)** $\int \tan x\,dx$, **c)** $\int \frac{x^2-x-2}{x^3-3x^2-x+3}\,dx$, **d)** $\int e^{\sqrt{x}}\,dx$. (8p)

2. a) Lös om möjligt följande ODE: a) $y' = e^x y^2$, b) $xy' - 2y = x^4 \sin x$. (6p)

3. Lös ekvationen $y'' + 5y' + 6y = 6x + 5$. (6p)

4. Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' - 2y' + y = e^x$, $y(0) = y'(0) = 1$. (6p)

5. Ett gäng bananflugor samlades in och var en timme senare 128 stycken. Populationen förökar sig som vanligt snabbt och var efter ytterligare en timme, 512 st. Förökningshastigheten är proportionell mot populationens storlek. Hur många bananflugor samlades ursprungligen in? (6p)

6. I intervallet $x \in [0, \pi]$ innesluter kurvorna $y = \sin x$ och $y = \cos(2x)$ ett begränst område i $\mathbb{R}^2$. Bestäm den volym i $\mathbb{R}^3$ detta område ger upphov till då området roteras runt linjen $y = -1$ i xy-planet. (6p)

7. Lös $xy' - x^2 y = x^4 y^2$. (6p)

8. Bevisa att om $f'(x)$ existerar så är f kontinuerlig i punkten x. (6p)

Maclaurinutvecklingar på baksidan, vgv.

VA

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n\frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^{\alpha} = 1+\alpha x+\binom{\alpha}{2}x^2+\binom{\alpha}{3}x^3+\cdots+\binom{\alpha}{n}x^n+\binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$