Tentamen i Analys i en variabel, (TMV 138, TMV130, TMV181) MATEMATIK

2016 – 04 – 04, kl. 08.30 - 12.30 Chalmers

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Mattias Lennartsson

Tel: Ankn. 5325

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. Bonuspoäng från duggor hösten 2015 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

---

1. Beräkna följande indefinita integraler:

   a. $\int e^x \sin(x)dx$ **(3p)**

   b. $\int \frac{1}{(x-1)(x^2+3x+2)}dx$ **(3p)**

   c. $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}dx$ **(3p)**

2. Lös följande differentialekvationer:

   a. $\frac{y'y^2}{(\sin(x))^2} = 1.$ **(3p)**

   b. $y'\cos(x) + \frac{y}{\cos(x)} = \frac{1}{\cos(x)}.$ **(3p)**

   c. $y'' + y' - 6y = 0.$ **(3p)**

3. a. Antag att $\Phi(x)$ är en deriverbar funktion sådan att $\Phi(1) = 1$, $\Phi'(1) = \pi^2$ samt $\Phi''(1) = 1/2$. Beräkna en approximation av $\Phi(1,2)$ med hjälp av Taylor-polynomet $P_2(x)$ kring punkten $x = 1$. **(3p)**

   b. Antag vidare att vi vet att $0 < \Phi'''(1) < 1$. Gör en uppskattning av hur stort felet av approximationen i a-uppgiften är, dvs. ge övre och undre gränser för $\Phi(1,2) - P_2(1,2)$. **(3p)**

4. a. Visa att serien $\sum_{i=1}^{\infty} e^{-i}$ är konvergent. **(3p)**

   b. Uttryck funktionen $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ som en potensserie i x. **(3p)**

   c. Beräkna $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2-2n}$. **(2p)**

5. Härled formeln för volymen av en sfär med radie r, dvs. $V = \frac{4\pi r^3}{3}$. **(6p)**

   (**Tips:** Använd rotationsvolymer och funktionen för halvcirkeln med radie r enl. $y = \sqrt{r^2 - x^2}$.)

6. Ange förutsättningar för samt härled formeln för partiell integration. **(6p)**

7. a. Visa att integralen $\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^3+1}} dx$ är konvergent. **(2p)**

   b. Beräkna integralen i a-uppgiften. **(4p)**

Lycka till!

/Peter