Sats: Antag att f och g är två kontinuerliga funktioner sådana att F är en primitiv funktion till f och g är deriverbar. Då gäller det att

$$\int f(x)\cdot g(x)\,dx = F(x)\cdot g(x) - \int F(x)\cdot g'(x)\,dx.$$

Bevis: Av produktregeln får vi att

$$f(x)\cdot g(x) = \frac{d}{dx}(F(x))\cdot g(x) = \{\text{prod.regeln}\} =$$
$$\frac{d}{dx}(F(x)\cdot g(x)) - F(x)\cdot g'(x).$$

Alltså gäller det att

$$\underline{\int f(x)\cdot g(x)\,dx} = \int \frac{d}{dx}(F(x)\cdot g(x)) - F(x)\cdot g'(x)\,dx =$$

$$= \int \frac{d}{dx}(F(x)\cdot g(x))\,dx - \int F(x)\cdot g'(x)\,dx =$$

$$= F(x)\cdot g(x) + C - \int F(x)\cdot g(x)\,dx = \{\text{baka in int.konst } C$$
$$\text{i integralen}\} =$$

$$= \underline{F(x)\cdot g(x) - \int F(x)\cdot g'(x)}\,dx$$

och vi är klara!

$\square$