1 Repetition 14b, följder och serier

1.1 Följd

- I en följd $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ skriver vi istället elementen som $f(n)$.

Definition: En följd, sådan att $|f(n)| \leq C$ för alla n är *begränsad.*

Sats: En konvergent följd är begränsad.

1.2 Serie

- Med en *partialsumma* menas $\sum_{k=1}^{n} f(k)$.

Serie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

Integralkriteriet (Theorem 9.3:8): Antag att $f(x) \geq 0$ och avtagande på intervallet $[0, \infty)$. Då gäller

$$\int_1^{\infty} f(x)dx \text{ konvergent } \iff \sum_{k=1}^{\infty} f(k) \text{ konvergent.}$$

Ekvivalensen följer av den första kommentaren.

$p-$testet: Med $p = \alpha$ kan vi ur föregående sats sluta oss till att

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^{\alpha}} \text{ konvergent } \iff \alpha > 1.$$

Speciellt är den *Harmoniska serien*

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = \infty \text{ d.v.s. divergent.}$$

A comparison test: (Theorem 9.3:9)

Ett jämförelsetest mellan två positiva serier ser ut som motsvarande test för integraler.

Antag $0 \leq g(k) \leq f(k)$ och $\sum_{k=1}^{\infty} f(k)$ konvergent. Då är $\sum_{k=1}^{\infty} g(k)$ konvergent.

---

ats: (Theorem 9.2:4) *Antag* att serien $\sum_{k=1}^{\infty} f(k)$ är konvergent. Då gäller att $f(k) \longrightarrow 0$, då $k \longrightarrow \infty$.

Definition: En serie $\sum_{k=1}^{\infty} f(k)$ är absolutkonvergent om serien $\sum_{k=1}^{\infty} |f(k)|$ är konvergent.

Sats: En absolutkonvergent serie är konvergent.

---

omparison ill (Theorem 9.3:10) Antag att $f(k)$ och $g(k) > 0$ samt att

$$D \lim_{k \longrightarrow \infty} \frac{f(k)}{g(k)} =: A,$$

där A ett positivt tal ($A > 0$). Då gäller

$$\sum_{k=1}^{\infty} f(k) \text{ konvergent} \Longleftrightarrow \sum_{k=1}^{\infty} g(k) \text{ konvergent.}$$

Definition: En serie som är konvergent men inte absolutkonvergent kallas *betingat* konvergent.