1 Repetition 9

1.1 Kurva i planet

1.1.1 Parameterframställning av kurva

Givet en funktionskurva $x \curvearrowright (x, f(x))$, där $y = f(x)$.

- x och y kallar vi för *fysiska koordinater*, ty de representeras (i våra exempel) av egna koordinataxlar.
- Den *oberoende* koordinaten x kan ses som en *parameter*.
- En funktion $\Gamma : t \curvearrowright (x(t), y(t))$, $(\alpha \leq t \leq \beta)$ en avbildning $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$ är en *kurva* med *parameter* t.

1.1.2 Kurvlängd

Givet differentialen $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$.
En kurva Γ:s längd, där parametern t$\in [\alpha, \beta]$ ges av

$$L = \int_{t=\alpha}^{\beta} ds = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt. \tag{1}$$

Jämför med fallet då $y = f(x)$ (och således $t = x$ och man har en funktionskurva):

$$L = \int_{a}^{b} \sqrt{1 + f'(x)^2}\, dx. \tag{2}$$

Om kurvan *enkelt omsluter ett (slutet) område* D, kan området area beräknas ungefär som area beräknas med vanlig bestämd integral.