Några teoriuppgifter

Vid examination av denna kurs ska man inte bara kunna lösa problem – man behöver också ha en tillräcklig grad av förståelse för den bakomliggande teorin. Utan denna förståelse blir kunnandet fragmentariskt och glöms snart bort. Att lära sig teorin innebär inte huvudsakligen att kunna bevisa satser, i första hand gäller det snarare att förstå begrepp (definitioner av begrepp, samband mellan olika begrepp etc), att känna till lydelsen av satser inklusive de förutsättningar som krävs, att känna till metoder för problemlösning och hur dessa grundas i teorin. I viss mån kan dock satsernas bevis bidra till att förstå hur de tillämpas, och rent allmänt utgör studiet av bevisföring en bra träning i logiskt och analytiskt tänkande. I denna kurs finns relativt få bevis, och jag listar nedan de bevis som man bör uppmärksamma lite extra.
Observera att en teorifråga också kan testa förståelsen av ett bevis utan att man begär hela beviset.

Kunna formuleringar och förutsättningar av

1. Medelvärdessatsen I
$$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)f(\xi)$$

2. Variabelsubstitution i integral för obestämd och bestämd integral
$$\int f(x)dx = \int f(x(t))x'(t)dt\,.\ \text{resp.}\ \int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(x(t))x'(t)dt\,, \tag{1}$$
där $x(\alpha) = a$ och $x(\beta) = b$. Satsen är sann, om $f(x)$ är kontinuerlig för x mellan a och b och om $x = x(t)$ har kontinuerlig derivata för för t mellan α och β.

3. Partiell integration för obestämd integral (obest. integral, se nedan)
$$\int f(x)g(x)dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)dx\,. \tag{2}$$

4. Konvergens och divergens för
$$\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}\ \text{och}\ \int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha} \tag{3}$$

5. Jämförelsekriterer för integral och serie

6. Integralkriteriet

7. Konvergens och divergens för
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^\alpha} \tag{4}$$
för olika α.

8. absolut- och betingad konvergens,

9. om $\sum\limits_{k=k_0}^{\infty} a_k$ konvergent, så gäller att $a_k \to 0$, då $k \to \infty$.

10. Tayloruvecklingen av en funktion $f(t)$ med $f^{(n+1)}(t)$ kontinuerlig för t mellan x_0 och x och med resttermen $E_n(x) \equiv R_n(x)$ på olika former.

$$\int_{x_0}^{x} f(t)dt = \sum_{k=0}^{n} \frac{(x-x_0)^k}{k!} + \int_{x_0}^{x} \frac{(x-t)^n}{n!} f^{(n+1)}(t)dt \qquad (5)$$

11. Övriga definitioner och satser som gåtts igenom skall vara kända.