Svar / lösningar till övningstent 2
januari 2019

1a) 2-1/e 1b) $\frac{\pi}{4}$ 1c) $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+C$

2a) kvotkriteriet ger $\frac{a_{n+1}}{a_n} \to \frac{2}{5} < 1$ så serien är konvergent.

2b) Divergent; jämför med $\sum \frac{1}{n}$

3a) $y = e^{\cos x}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$ 3b) $e^{-x}(A\cos x + B\sin x + 3)$

4) Volymen $= 2\int_0^1 A(x)dx = \pi\int_0^1 (1-x)^2 dx = \frac{\pi}{3}$

5) $\frac{\frac{n+1}{4^{n+1}}}{\frac{n}{4^n}} \to \frac{1}{4}$ varför serien konvergerar då $|2x+1|^2 < 4$ dvs då $-\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}$

I "gränspunkterna" är serien divergent eftersom termerna inte ens går mot 0

6) $e^x + \sin^2 x \ge e^x$ och $\int_0^\infty e^{-x}dx = 1$

7 ~~8~~) Maclaurinutveckla de tre faktorerna och multiplicera ihop utvecklingarna; man får då att $f(x) = -x^6 + O(x^7)$ och det följer att $f^{(VI)}(0) = -6! = -720$

~~9~~8a) se boken

~~9~~8b) Sätt $b_n = n \cdot a_n$ Då är $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_{n+1}(n+1)}{a_n \cdot n} \geq 1$. Termerna i serien $\sum b_n$ växer alltså och vi kan skriva $b_n \geq C$ för någon konstant C och då blir $a_n = \frac{b_n}{n} \geq \frac{C}{n}$ och $\sum a_n$ måste divergera.