

TENTAMEN I MATEMATISK ANALYS I EN VARIABEL FÖR Z OCH TD1, TMV138/181
CHALMERS

Onsdag 24 april 2019 kl 14.00 – 18.00

Examinator: Johan Berglind

Telefonkontakt: Anton Johansson, ank 5325

Tillåtna hjälpmedel: bifogat formelblad.

Tentamen rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser: 20-29p ger betyg 3, 30-39p ger betyg 4, 40p eller mer betyg 5.

Bonuspoäng för duggor i Möbius, lp2 2018, räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida. Där anges också tid och plats för granskning.

Till uppgift 1 – 3 skall svar och kortfattade lösningar lämnas på ett separat blad som medföljer tesen. Svar och lösningar kan inte lämnas på andra ställen.

1. Beräkna följande integraler:

a. $\int \frac{x}{x^2+4} dx$ (3p)

b. $\int_0^1 \ln(x+1) dx$ (3p)

c. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx$ (4p)

2.

a. Beräkna summan av serien $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3(-1)^n}{4^n}$ (3p)

b. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan(n)}{n}$ är konvergent. (2p)

3. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y^2 xy' = 1$, $x > 0$,
som uppfyller villkoret $y(1) = 0$ (4p)

Till uppgift 4 – 8 skall tydliga motiveringar ges

4. Låt $a_n = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n)}$ Bestäm alla x för vilka potensserien $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (2x + 3)^n$ konvergerar. **(5p)**
5. Betrakta integralen $I = \int_1^{\infty} \sqrt{\frac{x}{x^4+1}} dx$
- a. Visa att I är konvergent **(2p)**
- b. Visa att i själva verket gäller $\frac{\pi}{8} \leq I \leq 2$ **(5p)**
6. Inne i ett hus är temperaturen 20° när värmen plötsligt stängs av. Två timmar senare är temperaturen 18° . Vad är temperaturen efter 24 timmar? Temperaturen utomhus är konstant -20° . Vi kan anta att temperaturen inomhus avtar med en hastighet som är proportionell mot skillnaden mellan temperaturen inne och ute. **(6p)**
7. Bestäm en approximativ lösning till differentialekvationen $y'' + x^2 y = x$ genom att ansätta en potensserie $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ och bestäm alla termer upp till och med grad 5. Till begynnelsevillkor används $y(0) = 2$ och $y'(0) = 5$ **(6p)**
8. Funktionen $f(x) = 2x + \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$, är inverterbar. Kalla inversen Φ . Beräkna $\int_0^{2\pi} \Phi(x) dx$ **(7p)**
Ledning: rita kurvan $y = f(x)$ och tänk på integralen som en area.

Anonym kod	TMV138/181	Poäng
------------	------------	-------

På denna och nästa sida redovisas svar och kortfattade lösningar till uppgift 1 – 3.

1 a.

Svar:

1 b.

Svar:

1 c.

Svar:

2 a.

Svar:

2 b.

Svar:

3.

Svar: