INVERTIBLE MATRIX THEOREM

För en $n \times n$-matris A med kolonnerna $A_1 \dots A_n$ är följande påståenden ekvivalenta:

(a) A är inverterbar

(b) $A \sim I_n$

(c) A har n pivotpositioner

(d) $AX = \mathbf{0} \;\Rightarrow\; X = \mathbf{0}$ (bara triviala lösningen)

(e) Kolonnerna i A är linjärt oberoende

(f) Den linjära transformationen $X \;\rightarrow\; AX$ är injektiv (one-to-one)

(g) $AX = \mathbf{b}$ har lösning för varje $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$

(g') $AX = \mathbf{b}$ har entydig lösning för varje $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$

(h) $\text{Span}\{A_1 \dots A_n\} = \mathbb{R}^n$

(i) Den linjära transformationen $X \;\rightarrow\; AX$ är surektiv (onto)

(j) Det finns en $n \times n$-matris C sådan att $CA = I_n$

(k) Det finns en $n \times n$-matris D sådan att $AD = I_n$

(l) A^T är inverterbar

(m) Kolonnerna i A utgör en bas för $\mathbb{R}^n$

(n) Col $A = \mathbb{R}^n$

(o) dim Col $A = n$

(p) rank $A = n$

(q) Nul $A = \{\mathbf{0}\}$

(r) dim Nul $A = 0$

(s) 0 är *inte* ett egenvärde till A

(t) $\det A \neq 0$

(u) $(\text{Col } A)^{\perp} = \{\mathbf{0}\}$

(v) $(\text{Nul } A)^{\perp} = \mathbb{R}^n$

(w) Row $A = \mathbb{R}^n$

(x) A har n singulärvärden skilda från noll