

Linjär algebra E, VT 2010

Vecko-PM läsvecka 7

Lay: 7.1 Reella symmetriska matriser och ortogonal diagonalisering.

I kapitel 7.1 studeras diagonalisering av reella symmetriska matriser, alltså matriser som uppfyller att $A^T = A$. Veldigång många andra tillämpningar leder också till symmetriska matriser så resultaten i kapitlet är mycket användbara. I avsnittet ges två mycket viktiga satser. Sats 2 som säger att de reella symmetriska matriserna, och inga andra, alltid kan diagonaliseras med en ortogonal matris. *Spektralsatsen*, sats 3, beskriver situationen mer i detalj och ger hjälp vid problemlösning. Delar av bevisen av satserna i kapitlet ryms inte i kursen, vi får acceptera dem som sanningar. Det är ingen väsentlig skillnad på diagonalisering av symmetriska matriser och osymmetriska utöver att man nu väljer en ortonormerad bas av egenvektorer.

Avsnittet 7.2 ingår i kursen enligt kursplanen, men kommer inte i detalj att tas upp i undervisningen. Det kan vara bra att känna till att kvadratiske former används vid undersökning av lokala extrempunkter för funktioner av flera variabler. För att riktigt förstå bakgrunden till de metoder som ges i flervariabelanalysen, kan man därför gärna gå tillbaka till detta avsnitt.

I avsnitt 7.2 studerar vi kvadratiske former – funktioner från \mathbb{R}^n till \mathbb{R} som ges av ett andragradspolynom som endast har termer av grad två, t.ex. $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 - x_3^2$. Sådana funktioner passar in i denna kurs genom att de ges av en matris A , $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A \mathbf{x}$. Matrisen A är inte entydigt bestämd, men det finns en entydigt bestämd *symmetrisk* matris som ger f . Eftersom alla symmetriska matriser kan diagonaliseras kan man alltid göra ett koordinatbyte som förenklar funktionsuttrycket.

Lärmål:

För betyget godkänd skall du kunna:

Lay	Mål
7.1	tillämpa satserna 7.1.1 – 7.1.3 vid problemlösning. Spektralsatsen (sats 7.1.3) är extra viktig.

Rekommenderade uppgifter

(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

Avsnitt	Godkäntnivå		Överbetygsnivå
	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	
7.1	PP, 1 - 11	15, 17, 24, 26	28, 29, 35