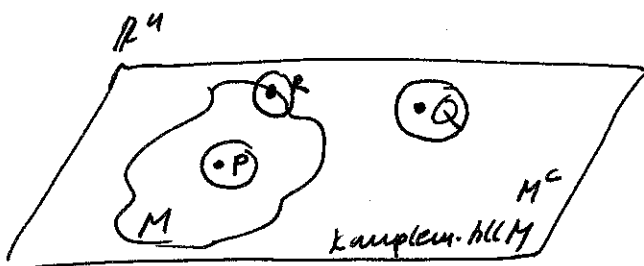


BRA ATT VETA INNAN TMV043

RANDPUNKTER, INRE OCH YTTRE PUNKTER

Vi betraktar en punkt $P \in \mathbb{R}^n$ och en mängd M som är delmängd av \mathbb{R}^n
 $(M \subseteq \mathbb{R}^n, P \in \mathbb{R}^n)$

- Def 1
- (1) En punkt $P \in \mathbb{R}^n$ kallas en **RANDPUNKT** till M om varje öppet klot med centrum i punkten P innehåller minst en punkt från M och minst en punkt från komplementet av M . (M^c)
- (2) En punkt $P \in \mathbb{R}^n$ kallas en **INRE PUNKT** till M om det finns **MINST ETT** öppet klot med centrum i P vars alla punkter ligger i M
- (3) En punkt $P \in \mathbb{R}^n$ kallas en **YTTRE PUNKT** till M om det finns **MINST ETT** öppet klot med centrum i P vars alla punkter ligger i komplementet av M (M^c)



R - randpunkt
 Q - yttre punkt
 P - inre punkt

Def 2 Mängden av alla randpunkten till M kallas **RANDEN** av M och betecknas $\partial(M)$

(Öppet klot: $C(c_1, \dots, c_n)$ punkt i \mathbb{R}^n och $r > 0$ ett reellt tal. ÖPPET KLOT i \mathbb{R}^n består av alla punkter $X(x_1, \dots, x_n)$ som satisfierar $\underbrace{d(X, C)}_{\downarrow} < r$
 C kallas för klotets centrum och r radie.
 (slutet klot $d(X, C) \leq r$)

ÖPPNA och SLUTNA MÄNSDER

Def 3

- (1) En mängd M i \mathbb{R}^n är SLUTEN om mängdens ALLA gränspunkter också tillhör mängden.
- (2) En mängd är ÖPPEN om IN EN mängdens gränspunkter tillhör mängden.
- (3) En mängd är varken ÖPPEN eller SLUTEN om några, men inte alla, gränspunkter tillhör mängden

⇒ Påstående 1: En öppen mängd innehåller endast inre punkter (ingen gränspunkter)

$$P2: (M \text{ är öppen}) \Leftrightarrow (M^c \text{ är sluten})$$

$$P3: (M \text{ är sluten}) \Leftrightarrow (M^c \text{ är öppen})$$

OMGIVNING TILL EN PUNKT

Def 4 Mängden M är en OMGIVNING till punkten P om M innehåller ett öppet klot med centrum i P .

öppet intervall (a,b) , $a < x < b$
slutet intervall $[a,b]$, $a \leq x \leq b$

Slutna klotet med centrum i $c=5$ och radien $r=1$ är

$$K(c,r) = \{x \in \mathbb{R} : d(x,c) \leq 1\} = \{x \in \mathbb{R} : |x-5| \leq 1\} =$$

$$= \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x-5 \leq 1\} = \{x \in \mathbb{R} : 4 \leq x \leq 6\} \text{ klotet}$$

är intervall $[4,6]$

