

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Tentamen

Tentamen består av 10 st uppgifter vardera värda 3p och 4 st uppgifter vardera värda 5p, vilket tillsammans ger maximala 50p. Till detta läggs bonuspoäng (maximalt 7p). Betygsgränser är 20p (betyg 3), 30p (betyg 4) och 40p (betyg 5) för det sammanlagda resultatet.

Till de första tio uppgifterna (3p-uppgifter) skall endast svar ges. Svar måste anges i rätt ruta på den bifogade svarsblanketten. Lämna ej in lösningar eller kladdpapper till dessa uppgifter!

Till de sista fyra uppgifterna (5p-uppgifter) skall utförliga, tydliga och välskrivna lösningar ges. Renskriv dina lösningar, lämna ej in kladdpapper! Poängavdrag ges för dåligt motiverade, svårtolkade eller svårläsliga lösningar.

Lycka till!

Axel

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Tentamensuppgifter

1. Låt $f(x) = x$ och $P = \{0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, 1\}$ vara en partition av $[0, 1]$ i n delintervall av samma längd. Beräkna den övre Riemann summan $U(f, P)$. (3p)
 2. Beräkna $\int_0^1 x e^{2x} dx$. (3p)
 3. Beräkna $\int_{-1/2}^{1/2} \sqrt{1-x^2} dx$. (3p)
 4. Beräkna volymen som genereras när $f(x) = \frac{2}{x}$ rotera runt x-axeln för $x \geq 1$. (3p)
 5. Lös differentialekvationen $y'(x) + x^2 y(x) = x^2$, $y(0) = 0$. (3p)
 6. Beräkna längden av grafen till funktionen $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ mellan $x = 0$ och $x = 1$. (3p)
 7. Beräkna vinkeln mellan vektorerna $2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ och $\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, till exempel genom att använda skalärprodukten. (3p)
 8. Lös ekvationssystemet: (3p)
$$\begin{cases} x + y + 3z = 4 \\ x - y + z = 0 \\ y + 2z = 3 \end{cases}$$
 9. Skriv följande differentialekvation som ett system av första ordningens differentialekvationer: $y'' + \cos(y') + y^2 = \sin(x)$, $y(0) = 1$, och $y'(0) = 0$. (3p)
 10. Beräkna Laplace transformen till funktionen $f(t) = \cos(t)$, alltså $F(s) = \int_0^\infty e^{-st} \cos(t) dt$. (3p)
-

11. Formulera och bevisa analysens fundamentalsats. (5p)
12. Beräkna centroiden för det område i planet som begränsas av x-axeln och funktionen $f(x) = 1 - x^2$. (5p)
13. Lös differentialekvationen $y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = x^2$ där $y(0) = 1$ och $y'(0) = 0$. (5p)
14. (5p)

```
h = 0.1; x = 0; y = 1;
while x < 1
  y=y+h*x*y*(1-y);
  x = x + h;
end
```

 - (a) Vilken ekvation löser programmet? (2p)
 - (b) Vilken numerisk metod är implementerad i programmet? (2p)
 - (c) Vad approximerar utparametern y ? (1p)

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Svar till tentamensuppgifter 1–10

Tentamenskod:

Uppgift	Svar	Po
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		