

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Tentamen

Tentamen består av 10 st uppgifter vardera värda 3p och 4 st uppgifter vardera värda 5p, vilket tillsammans ger maximala 50p. Till detta läggs bonuspoäng (maximalt 7p). Betygsgränser är 20p (betyg 3), 30p (betyg 4) och 40p (betyg 5) för det sammanlagda resultatet. Granskningstillfälle kommer meddelas på hemsidan.

Till de första tio uppgifterna (3p-uppgifter) skall endast svar ges. Svar måste anges i rätt ruta på den bifogade svarsblanketten. Lämna ej in lösningar eller kladdpapper till dessa uppgifter!

Till de sista fyra uppgifterna (5p-uppgifter) skall utförliga, tydliga och välskrivna lösningar ges. Renskriv dina lösningar, lämna ej in kladdpapper! Poängavdrag ges för dåligt motiverade, svårtolkade eller svårläsliga lösningar.

Lycka till!

Axel

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Tentamensuppgifter

1. Beräkna gränsvärdet $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{3i}{n}$. (3p)
 2. Beräkna $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$. (3p)
 3. Beräkna en approximation till integralen $\int_0^{2\pi} \sin(x) dx$ med mittpunktsmetoden. Använd fyra delintervall. (3p)
 4. För vilka p är $\int_0^1 x^{p-1} dx$ konvergent? (3p)
 5. Beräkna volymen hos den kropp som bildas då området som begränsas av $y = x^3$ och $y = 2$ roterar runt y -axeln. (3p)
 6. Lös differentialekvationen $\cos(y)y' = x$ med $y(0) = \pi/4$. (3p)
 7. Lös differentialekvationen $x^2y''(x) + xy'(x) - y(x) = 0$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 0$. (3p)
 8. Beräkna centroiden av det område i planet som begränsas av $y = \sqrt{1-x^2}$ och $y = 0$. (3p)
 9. Beräkna längden av kurvan $y(x) = x^{2/3}$ mellan $x = 1$ och $x = 8$. (3p)
 10. Beräkna Laplacetransformen av $f(t) = t$, alltså beräkna $F(s) = \int_0^\infty e^{-st}t dt$, där $\operatorname{Re}(s) > 0$. (3p)
-
11. Skriv en Matlab rutin `riemann.m` som beräknar den övre Riemann summan av funktionen $f(x) = e^x$ mellan $x = 0$ och $x = 1$ med n delintervall. (5p)
 12. Formulera och bevisa analysens fundamentalsats. (5p)
 13. Låt exponentialfunktionen $y(x) = e^x$ vara definierad som lösning till ekvationen $y'(x) = y(x)$, med begynnelsevillkoret $y(0) = 1$. Visa utifrån denna definition att $y(x)^2$ löser ekvationen $y'(x) = 2y(x)$, där $y(0) = 1$. (5p)
 14. Skriv som system av första ordningen och genomför en iteration av framåt Euler metoden för differentialekvationen $y''(x) + 3(y'(x))^2 = x^2$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$, med steglängd $h = 0.1$. (5p)

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Svar till tentamensuppgifter 1-10

Tentamenskod:

Uppgift	Svar	Poäng
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		