

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Tentamen

Tentamen består av 10 st uppgifter vardera värda 3p och 4 st uppgifter vardera värda 5p, vilket tillsammans ger maximala 50p. Till detta läggs bonuspoäng (maximalt 7p). Betygsgränser är 20p (betyg 3), 30p (betyg 4) och 40p (betyg 5) för det sammanlagda resultatet. Granskningstillfälle kommer meddelas på hemsidan.

Till de första tio uppgifterna (3p-uppgifter) skall endast svar ges. Svar måste anges i rätt ruta på den bifogade svarsblanketten. Lämna ej in lösningar eller kladdpapper till dessa uppgifter!

Till de sista fyra uppgifterna (5p-uppgifter) skall utförliga, tydliga och välskrivna lösningar ges. Renskriv dina lösningar, lämna ej in kladdpapper! Poängavdrag ges för dåligt motiverade, svårtolkade eller svårläsliga lösningar.

Lycka till!

Axel

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Tentamensuppgifter

1. Studera detta Matlab-program: (3p)

```
S = 0; x = 0;  
while x < 1  
    S = S + x^2;  
    x = x + 0.1;  
end
```

Vilket värde får variabeln S ?
 2. Låt $f(x) = x$ för $0 \leq x \leq 1$, $f(x) = 1$ för $1 \leq x \leq 2$ och $f(x) = 3 - x$ för $2 \leq x \leq 3$. (3p)
Beräkna $\int_0^3 f(x) dx$.
 3. Beräkna $\int_0^1 x\sqrt{1+3x^2} dx$. (3p)
 4. Beräkna $\int_0^\pi x \sin(x) dx$. (3p)
 5. För vilket värde p gäller $\int_1^\infty \frac{1}{x^p} dx = 1$? (3p)
 6. Beräkna volymen av den rotationskropp som bildas då området som begränsas av funktionerna $y = x^2$ och $y = 1$ roterar runt y -axeln. (3p)
 7. Låt ett område R i planet begränsas av x -axeln, y -axeln och funktionen $f(x) = 1 - x$. Låt densiteten variera som $\sigma(x) = 1 + x$. Beräkna masscentrum för R . (3p)
 8. Lös differentialekvationen $y'(x) = \frac{x}{y}$ med begynnelsevillkoret $y(1) = 2$. (3p)
 9. Lös differentialekvationen $y''(x) - 4y(x) = 4x$ med begynnelsevillkoren $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$. (3p)
 10. Studera ekvationen $y'(x) = 2y(x)$, med begynnelsevillkor $y(0) = 1$. Vad blir Bakåt Euler approximationen till $y(1)$ givet att intervallet $[0, 1]$ deles in i n lika stora delintervall? (3p)
-
11. Studera begynnelsevärdesproblemet $y''(t) + y(t)^2 = \sin(t)$, $y(0) = 1$ och $y'(0) = 0$. Skriv som ett system av första ordningen och utför ett steg med Framåt Euler, med steglängd $h = 0.1$. (5p)
 12. Skriv en Matlab rutin som utför 10 steg av Framåt Euler för ekvationen i problem 11. (5p)
 13. Formulera och bevisa Pappus sats (första delen om volymen av en rotationskropp). (5p)
 14. Använd Laplace transform för att lösa ekvationen $2y'(t) + 4y(t) = 1$ med begynnelsevillkor $y(0) = 3$. *Hint: Laplacetransformen av $f(t) = e^{at}$ ges av $F(s) = \frac{1}{s-a}$.* (5p)

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Svar till tentamensuppgifter 1-10

Tentamenskod:

Uppgift	Svar	Poäng
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		