

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Tentamen

Tentamen består av 10 st uppgifter vardera värda 3p och 4 st uppgifter vardera värda 5p, vilket tillsammans ger maximala 50p. Till detta läggs bonuspoäng (maximalt 7p). Betygsgränser är 20p (betyg 3), 30p (betyg 4) och 40p (betyg 5) för det sammanlagda resultatet. Granskningstillfälle kommer meddelas på hemsidan.

Till de första tio uppgifterna (3p-uppgifter) skall endast svar ges. Svar måste anges i rätt ruta på den bifogade svarsblanketten. Lämna ej in lösningar eller kladdpapper till dessa uppgifter!

Till de sista fyra uppgifterna (5p-uppgifter) skall utförliga, tydliga och välskrivna lösningar ges. Renskriv dina lösningar, lämna ej in kladdpapper! Poängavdrag ges för dåligt motiverade, svårtolkade eller svårläsliga lösningar.

Lycka till!

Axel

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Tentamensuppgifter

1. Beräkna den undre Riemann summan av funktionen $f(x) = x^2$ mellan $x = -1$ och $x = 1$ med 4 delintervall. (3p)
 2. Beräkna $\int_0^1 x \sin(x^2) dx$. (3p)
 3. Beräkna $\int_0^1 x^2 e^x dx$. (3p)
 4. Beräkna $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+3)} dx$. (3p)
 5. Beräkna volymen av den rotations kropp som bildas då området i xy -planet som begränsas av funktionerna $y = e^x$ och $y = e$ roterar runt y -axeln. (3p)
 6. Lös differentialekvationen $y'(x) = xy^2$ med begynnelsevillkoret $y(1) = 2$. (3p)
 7. Lös differentialekvationen $y'(x) + xy(x) = x$ med begynnelsevillkoret $y(0) = 2$. (3p)
 8. Lös differentialekvationen $y''(x) + 4y'(x) - 5y(x) = 0$ med begynnelsevillkoren $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. (3p)
 9. Studera ekvationen $y'(x) = y(x)$, med begynnelsevillkor $y(0) = 1$. Vad blir Framåt Euler approximationen av $y(1)$ givet att intervallet $[0, 1]$ delas in i n lika stora delintervall? (3p)
 10. Beräkna Laplace transformen av $f(t) = \sin(2t)$. (3p)
-
11. Studera begynnelsevärdesproblemet $y'''(t) + y'(t) = \sin(t)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 1$. Skriv som ett system av första ordningen ODE. Ange en numerisk metod som kan användas för att lösa ekvationen samt metodens konvergensordning. (5p)
 12. Skriv en Matlab rutin som utför 10 steg av Framåt Euler för ekvationen $y'(t) + y(t)^2 = \cos(t)$, $y(1) = 1$ med steglängd $h = 0.1$. (5p)
 13. Formulera och bevisa satsen om triangelns centroid. (5p)
 14. Låt $I = \int_0^1 f(x) dx$ där f är en kontinuerlig funktion. Låt vidare $T_n \approx I$ vara approximationen med trapetsmetoden och $M_n \approx I$ vara approximationen med mittpunktmetoden på n lika långa delintervall ($x_i = \frac{i}{n}$, $i = 1, \dots, n$). Härled ett uttryck för approximationen med Simpsons formel med $2n$ delintervall $S_{2n} \approx I$ i termer av T_n och M_n . Vilken konvergensordning har Simpsons formel? (5p)

TMV151 Matematisk analys i en variabel M

Svar till tentamensuppgifter 1-10

Tentamenskod:

Uppgift	Svar	Poäng
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		