

## TMV151 Matematisk analys i en variabel M

### Tentamen

---

Tentamen består av 10 st uppgifter vardera värda 3p och 4 st uppgifter vardera värda 5p, vilket tillsammans ger maximala 50p. Till detta läggs bonuspoäng (maximalt 7p). Betygsgränser är 20p (betyg 3), 30p (betyg 4) och 40p (betyg 5) för det sammanlagda resultatet. Granskningstillfälle kommer meddelas på hemsidan.

*Till de första tio uppgifterna (3p-uppgifter) skall endast svar ges. Svar måste anges i rätt ruta på den bifogade svarsblanketten. Lämna ej in lösningar eller kladdpapper till dessa uppgifter!*

*Till de sista fyra uppgifterna (5p-uppgifter) skall utförliga, tydliga och välskrivna lösningar ges. Renskriv dina lösningar, lämna ej in kladdpapper! Poängavdrag ges för dåligt motiverade, svårtolkade eller svårläsliga lösningar.*

*Lycka till!*

Axel

## TMV151 Matematisk analys i en variabel M

### Tentamensuppgifter

---

1. Beräkna  $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ . (3p)
  2. Uttryck  $I_{10} = \int_0^1 x^{10} e^x dx$  i termer av  $I_9 = \int_0^1 x^9 e^x dx$ . ( $I_9$  behöver alltså inte breäknas) (3p)
  3. Beräkna  $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^3} dx$ . (3p)
  4. Använd Simpson's formel med två delintervall för att beräkna  $S_2 \approx \int_0^1 x^3 - 2x dx$ . (3p)
  5. Beräkna volymen av den rotationskropp som bildas då området i  $xy$ -planet som begränsas av funktionen  $y = x$  och  $x$ -axeln mellan  $x = 1$  och  $x = 3$  roterar runt  $x$ -axeln. (3p)
  6. Beräkna ytarean av en sfär med radie 4. (3p)
  7. Lös differentialekvationen  $y'(x) + \frac{1}{x}y(x) = x^2$  med begynnelsevillkoret  $y(2) = 4$ . (3p)
  8. Lös differentialekvationen  $y''(x) + 4y(x) = 0$  med begynnelsevillkoren  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ . (3p)
  9. Studera ekvationen  $y'(x) = y(x)^2$ , med begynnelsevillkor  $y(0) = 1$ . Vad blir Framåt Euler approximationen av  $y(0.2)$  givet att intervallet  $[0, 0.2]$  delas in i 2 lika stora delintervall? (3p)
  10. Låt  $f(t)$  vara en given funktion sådan att  $f(0) = 3$  och  $f'(0) = 7$ . Låt Laplace transformen av  $f(t)$  betecknas med  $F(s)$ . Uttryck Laplace transformen av  $f''(t)$  i termer av  $F(s)$ . (3p)
- 
11. Bevisa att  $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$  och  $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ . (5p)
  12. Studera begynnelsevärdesproblemet  $y''(t) - 4y(t) = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ . Skriv som ett system av första ordningen ODE på matrisform. Utför ett steg av Bakåt Euler metoden med steglängd 0.1. (5p)
  13. Skriv en Matlab rutin som approximerar integralen mellan  $x = 0$  och  $x = 1$  av funktionen  $x \sin(x)$  med mittpunktsmetoden. Låt antal intervall vara  $n = 10$ . (5p)
  14. Låt enhetscirkeln i origo rotera kring linjen  $y = 5 - x$ . Beräkna volymen av den uppkomna rotationskroppen. (5p)

## TMV151 Matematisk analys i en variabel M

### Svar till tentamensuppgifter 1-10

---

Tentamenskod: .....

Uppgift	Svar	Poäng
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		