

## TMV151 Matematisk analys i en variabel M

### Tentamen

---

Tentamen består av 10 st uppgifter vardera värda 3p och 4 st uppgifter vardera värda 5p, vilket tillsammans ger maximala 50p. Till detta läggs bonuspoäng (maximalt 7p). Betygsgränser är 20p (betyg 3), 30p (betyg 4) och 40p (betyg 5) för det sammanlagda resultatet. Granskningstillfälle kommer meddelas på hemsidan.

*Till de första tio uppgifterna (3p-uppgifter) skall endast svar ges. Svar måste anges i rätt ruta på den bifogade svarsblanketten. Lämna ej in lösningar eller kladdpapper till dessa uppgifter!*

*Till de sista fyra uppgifterna (5p-uppgifter) skall utförliga, tydliga och välskrivna lösningar ges. Renskriv dina lösningar, lämna ej in kladdpapper! Poängavdrag ges för dåligt motiverade, svårtolkade eller svårläsliga lösningar.*

*Lycka till!*

Axel

## TMV151 Matematisk analys i en variabel M

### Tentamensuppgifter

---

1. Studera detta Matlab-program: (3p)  

```
S = 0; x = 1;  
while x > 0.1  
    S = S + x;  
    x = x / 2;  
end
```

Vilket värde får variabeln  $S$ ?
  2. Låt  $f(x) = 2x$  för  $0 \leq x \leq 1$ ,  $f(x) = 3 - x$  för  $1 \leq x \leq 2$  och  $f(x) = 1$  för  $2 \leq x \leq 3$ . (3p)  
Beräkna  $\int_0^3 f(x) dx$ .
  3. Beräkna  $\int_0^1 x e^{-x^2} dx$ . (3p)
  4. Beräkna  $\int_0^\pi \sin^2(x) dx$ . (3p)
  5. För vilka värde på  $p$  divergerar  $\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx$ ? (3p)
  6. Beräkna volymen av den rotations kropp som bildas då området som begränsas av funktionerna  $y = x^2$  och  $y = x$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) roterar runt  $x$ -axeln. (3p)
  7. Låt ett område  $R$  i planet begränsas av  $x$ -axeln,  $y$ -axeln och funktionen  $f(x) = \cos(x)$  ( $0 \leq x \leq \pi/2$ ). Beräkna centroiden för  $R$ . (3p)
  8. Lös differentialekvationen  $y'(x) + xy(x) = x$  med begynnelsevillkoret  $y(0) = 1$ . (3p)
  9. Lös differentialekvationen  $y''(x) - 3y'(x) - 4y(x) = -4x - 3$  med begynnelsevillkoren  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ . (3p)
  10. Studera ekvationen  $y'(x) = y(x)$ , med begynnelsevillkor  $y(0) = 1$ . Vad blir Bakåt Euler approximationen till  $y(1)$  givet att intervallet  $[0, 1]$  delas in i  $n$  lika stora delintervall? (3p)
- 
11. Studera begynnelsevärdesproblemet  $y'''(t) + 2y(t)^2 = t^2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$  och  $y''(0) = 1$ . (5p)  
Skriv som ett system av första ordningen och utför ett steg med Eulers metod (Framåt Euler), med steglängd  $h = 0.1$ .
  12. Skriv en Matlabrutin som beräknar övre Riemannsumman för funktionen  $f(x) = \sin(x)$  (5p)  
mellan  $x = 0$  och  $x = \pi$  med 100 delintervall av samma längd.
  13. Formulera och bevisa Formulera och bevisa analysens fundamentalsats. (5p)
  14. Använd Laplace transform för att lösa ekvationen  $y'(t) + y(t) = 1$  med begynnelsevillkor  $y(0) = 2$ . *Hint:*  $\mathcal{L}(e^{-at}) = \frac{1}{s+a}$ . (5p)

## TMV151 Matematisk analys i en variabel M

### Svar till tentamensuppgifter 1-10

---

Tentamenskod: .....

Uppgift	Svar	Poäng
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		