

## TMV151 Matematisk analys i en variabel M

### Tentamen

---

Tentamen består av 10 st uppgifter vardera värda 3p och 4 st uppgifter vardera värda 5p, vilket tillsammans ger maximala 50p. Till detta läggs bonuspoäng (maximalt 7p). Betygsgränser är 20p (betyg 3), 30p (betyg 4) och 40p (betyg 5) för det sammanlagda resultatet. Granskningstillfälle kommer meddelas på hemsidan.

*Till de första tio uppgifterna (3p-uppgifter) skall endast svar ges. Svar måste anges i rätt ruta på den bifogade svarsblanketten. Lämna ej in lösningar eller kladdpapper till dessa uppgifter!*

*Till de sista fyra uppgifterna (5p-uppgifter) skall utförliga, tydliga och välskrivna lösningar ges. Renskriv dina lösningar, lämna ej in kladdpapper! Poängavdrag ges för dåligt motiverade, svårtolkade eller svårläsliga lösningar.*

*Lycka till!*

Axel

## TMV151 Matematisk analys i en variabel M

### Tentamensuppgifter

---

1. Bestäm den övre Riemann-summan för funktionen  $f(x) = \sin(2x)$  på intervallet  $[0, \pi]$  med 4 lika stora delintervall. (3p)
  2. Bestäm integralen  $\int_0^1 x^2 e^x dx$ . (3p)
  3. Bestäm integralen  $\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$ . (3p)
  4. Bestäm integralen  $\int_0^1 \frac{1}{1+2x+x^2} dx$ . (3p)
  5. Beräkna en approximation till integralen  $\int_0^1 x^2 dx$  med mittpunktsmetoden. Använd två lika stora delintervall. (3p)
  6. Bestäm volymen hos den skål som bildas då området som begränsas av  $y = x^2$ ,  $x = 0$  och  $y = 1$  roterar runt y-axeln. (3p)
  7. Lös differentialekvationen  $y'(x) + \frac{1}{x}y(x) = 1$ ,  $y(1) = 1$ ,  $x > 0$ . (3p)
  8. Lös differentialekvationen  $2x^2y''(x) - xy'(x) - 2y(x) = 0$ ,  $y(1) = 5$ ,  $y'(1) = 0$ . (3p)
  9. Ett område i planet som begränsas av linjerna  $y = 1 - x$ ,  $x = 0$  och  $y = 0$  är fyllt med ett material med densitet  $1 + x$ . Bestäm tyngdpunkten. (3p)
  10. Bestäm Laplacetransformen av  $f(t) = t^2$  (väldefinierad för  $Re(s) > 0$ ). (3p)
- 
11. Skriv en Matlabrutin som löser differentialekvationen  $y'(x) = y(x)^2$  med begynnelsevillkor  $y(0) = 1$  i intervallet  $x \in [0, 0.5]$  med Eulers metod och  $n = 100$  delintervall. (5p)
  12. Formulera och bevisa satsen som säger att volymen av en kropp ges av integralen av tvärsnittsarean  $A(x)$ . (5p)
  13. Bestäm längden av kurvan  $f(x) = x^{1/2} - \frac{1}{3}x^{3/2}$  mellan  $x = 0$  och  $x = 2$ . (5p)
  14. Låt  $u''(x) = (u'(x))^3$  med begynnelsevillkor  $u(0) = 1$  och  $u'(0) = -1$ . Skriv som ett system av första ordningen och bestäm lösningen. (5p)

## TMV151 Matematisk analys i en variabel M

### Svar till tentamensuppgifter 1-10

---

Tentamenskod: .....

Uppgift	Svar	Poäng
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		