Inledande kurs i matematik för E - en liten översikt

Forsling/Neymark, kapitel 1: Reella och komplexa tal

Detta kapitel har ett mycket blandat innehåll, och stora delar av det utgör repetition av moment ur gymnasiekurserna. Se till att komplettera eventuellt bristande färdigheter när det gäller grundläggande algebraiska räkningar! Olikheter och absolutbelopp är viktiga moment, som troligen är mindre kända från gymnasiekurserna. Kapitlet innehåller endast 3 satser:
Faktorsatsen, sid 29 (beviset står före),
Algebrans fundamentalsats, sid 58 (beviset är relativt avancerat och finns ej i boken),
Binomialsatsen, sid 47. Den är starkt kopplad till *Pascals triangel*. Beviset kan extraheras ur övningarna 1.77 (b), (c), (d), men behöver inte läras in.

Forsling/Neymark, kapitel 2: Funktioner

Mycket viktigt är *funktionsbegreppet* med tillhörande begrepp som *definitionsmängd, värdemängd, graf, sammansättning, injektivitet, invers, växande, avtagande, monoton, begränsad* etc.
I 2.3-2.5 behandlas de s k *elementära funktionerna* (de innefattar också sammansättningar av de funktionstyper som behandlas här) och deras egenskaper. Bevisen av logaritmlagarna är något omständligt presenterade på sid 83 - detta kan hoppas över. (I avsnitt 6.4 i nästa kurs kan vi klara av dem mycket lättare!) Dubbelolikheten (2.8) sid 80 kan visas mycket lättare än via (2.12) (som kan överhoppas): Använd figurerna på sid 80 (ett fall då $x > 1$ och ett då $x < 1$), jämför A_x med rektanglar med samma bas som A_x och med höjderna 1 respektive $\frac{1}{x}$!
Glöm inte att öva på de symmetrier och periodiciteter som finns i de trigonometriska funktionerna (sid 95-96)! Förutom dessa och diverse trigonometriska formler innehåller avsnitt 2.4 bl a lösning av trigonometriska ekvationer och den viktiga dubbelolikheten (2.56) sid 102. Den motiveras här med hjälp av längder av sträckor och bågar, men man kan också använda areor (som gjordes på föreläsningen). Efter *arcusfunktionerna* kommer ett avsnitt 2.6 om komplexa exponentialfunktioner, som innefattar räkning med komplexa tal i polär form - viktigt även i kretsteorin!

Forsling/Neymark, kapitel 3: Gränsvärde och kontinuitet

Kapitlet börjar med gränsvärdesdefinitionen i olika fall ($f(x) \to A$ eller $f(x) \to \infty$ då $x \to a$ eller $x \to \infty$). Senare definieras också ensidiga gränsvärden (sid 136). Det är ju väsentligt att man är överens om innebörden av ett gränsvärde, men när man sedan vill räkna med gränsvärden i enklare fall klarar man sig bra med gränsvärdeslagarna (sid 132-133, deras bevis behöver du inte redogöra för) och en uppsättning härledda standardgränsvärden (sid 150, 155, 156 och 163). Flertalet av dessa standardgränsvärden har sin upprinnelse i olikheterna (2.56) sid 102 (sinus) och (2.8) sid 80 (logaritmer). Dessa ger standardgränsvärdena

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1, \quad \lim_{x\to 0^+} x^\alpha \ln x = 0$$

ur vilka sedan de flesta övriga standardgränsvärden följer. Ett par varianter av gränsvärdet sats 3.11(e) som kan vara bra att ha:

$$\lim_{n\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e \quad \text{och} \quad \lim_{n\to\pm\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n = e^x$$

Sätt $y = \frac{1}{n}$ respektive $y = \frac{x}{n}$, varvid $n \to +\infty$ och $n \to -\infty$ svarar mot $y \to 0^+$ respektive $y \to 0^-$, så följer de ur 3.11(e).
Det viktiga begreppet *kontinuerlig funktion* hör nära samman med gränsvärdesbegreppet. Fyra rejäla satser (3.5, 3.8-3.10) som är viktiga att känna till ges utan bevis.
I avsnittet 3.5 om talföljder används den viktiga satsen 3.16 (ej bevis) och matematisk *induktion* (exemplet sid 169), då man säkerställer konvergensen för en rekursiv talföljd.

Forsling/Neymark, kapitel 4: Derivator

Idén med och definitionen av *derivata* inleder detta kapitel. Därefter följer allmänna deriveringsregler: sats 4.2 sid 185, sats 4.3 sid 187 och sats 4.6 sid 192. Bevisen för dessa är samlade på sid 198-199, och det får räcka att du lär dig bevisa produktregeln (sats 4.2(c)) och att motivera sats 4.6 med en figur (sid 192).
Därefter följer specifika deriveringslagar för de elementära funktionerna: satserna 4.4 med följdsats, 4.5 och 4.7. Dessa visas direkt med hjälp av derivatans definition och relevanta standardgränsvärden.
Avsnitt 4.4 är ett rent teoriavsnitt. Satserna 4.9 sid 204, 4.11 och 4.10 sid 206 bevisas i denna ordningsföljd - det är ju 4.10: *Medelvärdessatsen för derivator* som är den centrala, och som sedan lätt ger sats 4.8 med följdsats på sid 200. Medelvärdessatsen är av stor betydelse även i andra sammanhang (används i senare kurser). Satserna 4.8 och 4.9 är de som ligger till grund för de användningar av derivatan som följer i avsnitt 4.5: *kurvritning* (glöm inte *asymptoter*!), *optimering* (max och min), bevis av diverse olikheter mm.
Läs avsnitt 4.6 om andraderivator med sats 4.12 (som inte fick mycket tid på föreläsning, men är användbart). Begreppet *konvexitet* (och konkavitet): läs definitionen 4.4 och sats 4.13 med följdsats (beviset hoppas över), se exemplet 4.35. Avsnitt 4.7 studeras i nästa kurs i samband med Matlabövningar, och ingår därför inte här. Även avsnitt 4.8 utgår.

Vretblad: Logik och mängdlära

Detta utdelade häfte ska uppfattas huvudsakligen som ett stöd för matematikstudier i allmänhet: det är t ex viktigt att man inte "vänder pilarna" i logiska resonemang. Viktiga symboler att känna till och använda: $\vee$, $\wedge$, $\neg$, $\forall$, $\exists$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$.

Sparr: Linjära ekvationssystem

Teorin för linjära ekvationssystem introduceras genom ett antal exempel. Genom *Gausselimination* överför man systemet i *trappstegsform*, varvid i princip tre olika fall kan uppstå: exakt en, ingen eller oändligt många lösningar. Lär dig helst att ställa upp detta i matrisform (görs ej i denna text, men praktiserades på föreläsningar och övningar). I fallet med oändligt många lösningar ska du kunna skriva upp dessa i parameterform (en eller flera parametrar).

Carlsson: Vektoralgebra

Kapitel 1-4 behandlar räkning med vektorer i planet och rummet, *skalärprodukt* och begreppet *bas* mm. Beviset av distributiva lagen för skalärprodukt (sid 24) behöver du inte kunna redovisa. Ortogonal projektion ska studeras, men kommer också att behandlas utförligare i kursen Linjär algebra.
I kapitel 5 handlar det om areor, volymer, *determinanter* och *vektorprodukt* (kryssprodukt). Även här finns ett bevis av en distributiv lag (följdsats 5.11 sid 32), som du kan ta lätt på (själva lagen är dock viktig!).
Kapitel 6: Linjens och planets ekvationer i olika former är mycket viktiga. I rummet skrivs linjen oftast i parameterform, medan planet ofta ges i s k normalform.
Kapitel 7 och 8 ingår ej. Motsvarande moment är delar i kursen Linjär algebra.