

# Lite fel och andra konstigheter

Följande lilla samling av exempel är till för att granskas extra kritiskt.

1. Bestäm arean av en rätvinklig triangel i vilken hypotenusan har längd 8 och höjden mot hypotenusan har längden 5.

*Lösning:* Arean är lika med  $\frac{8 \cdot 5}{2} = 20$ .

2. Lös ekvationen

$$\frac{6}{x-3} - \frac{9}{x-2} = \frac{1}{x-4} - \frac{4}{x-1}$$

*Lösning:*

$$\begin{aligned} \frac{6(x-2) - 9(x-3)}{(x-2)(x-3)} &= \frac{(x-1) - 4(x-4)}{(x-4)(x-1)} \\ \frac{6x - 12 - 9x + 27}{x^2 - 5x + 6} &= \frac{x - 1 - 4x + 16}{x^2 - 5x + 4} \\ \frac{15 - 3x}{x^2 - 5x + 6} &= \frac{15 - 3x}{x^2 - 5x + 4} \\ 6 &= 4 \\ &??? \end{aligned}$$

3. Lös ekvationen

$$\sqrt{x-4} - \frac{3}{\sqrt{x-4}} - \sqrt{x-1} = 0$$

*Lösning:*

$$\begin{aligned} x - 4 - 3 - \sqrt{(x-1)(x-4)} &= 0 \\ x - 7 &= \sqrt{(x-1)(x-4)} \\ x^2 - 14x + 49 &= x^2 - 5x + 4 \\ 9x &= 45 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

4. Bestäm  $x$  ur ekvationen

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^7$$

*Lösning:*

$$\begin{aligned} \frac{3^x}{4^x} &= \frac{4^7}{3^7} \\ 3^x 3^7 &= 4^x 4^7 \\ 3^{x+7} &= 4^{x+7} \\ 3 &= 4 \\ &??? \end{aligned}$$

5. Bestäm  $x$  ur ekvationen

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\ln x} + \left(\frac{3}{2}\right)^{\ln x} = \frac{13}{6}$$

*Lösning:*

$$\ln x \ln \frac{2}{3} + \ln x \ln \frac{3}{2} = \ln \frac{13}{6}$$

$$\ln x \left( \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{2} \right) = \ln \frac{13}{6}$$

$$\ln x \ln \frac{13}{6} = \ln \frac{13}{6}$$

$$\ln x = 1$$

$$x = e$$

6. För vilka reella  $a$  och  $b$  gäller olikheten

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2 \quad ?$$

*Lösning:*

$$a^2 + b^2 > 2ab$$

$$a^2 - ab > ab - b^2$$

$$a(a - b) > b(a - b)$$

$$a > b$$

7. Beräkna  $f'(1)$  då  $f(x) = \ln(2x - 5)$ .

*Lösning:*

$$f'(x) = \frac{1}{2x - 5} \cdot 2 \Rightarrow f'(1) = \frac{2}{2 - 5} = -\frac{2}{3}$$