MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för E, TMV156
Tid: 2006-08-30, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga

Telefonvakt: Christoffer Cromvik, Peter Lindroth tel 0762- 721 860, 0762- 721 861

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.
Betygsgränser, ev bonuspoäng inräknad: 20 - 29 p. ger betyget 3, 30 - 39 p. ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
Lösningar anslås första arbetsdagen efter tentamenstillfället.
Rättningsprotokoll anslås ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + y + 2z = 0 \\ x - 3y - 2z = 4 \end{cases}$$

   b) Bestäm alla reella x som uppfyller olikheten $|3x+2| > 4$. (2p)

   c) Ange en ekvation för någon rät linje som går genom punkten $(1, 2, 3)$ och som är vinkelrät mot vektorn $(3, 4, 1)$. (2p)

   d) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen (2p)

$$2 \cdot 4^{2x} - 4^{x+1} = 30 \ .$$

   e) Beräkna följande gränsvärden: (3p)

   i. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(3x)}{x \cos x}$ ii. $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x$ iii. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\ln(2x-1)}{x}$

   f) Bestäm inversa funktionen till funktionen $f(x) = x^2 - 4x, \quad x \le 2$ och ange inversens definitionsmängd och värdemängd. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. Bestäm ekvationer för tangent och normal till kurvan $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2+1}$ i den punkt på kurvan där $x = 1$. (6p)

3. Bestäm största respektive minsta värde till funktionen $f(x) = \frac{1}{x} + \ln\sqrt{x}$ på intervallet $\frac{1}{100} \le x \le 100$. (6p)

4. En ljusstråle med riktningen $(-1, 2, 4)$ reflekteras i planet $2x - y + 3z = 6$. Vilken riktning har den reflekterade strålen? (6p)

5. Avgör för vilka $a > 0$ som kurvan $y = a^x$ skär linjen $y = x$. (6p)

VÄND!

---

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

   a) Utsagan $P \wedge \neg Q$ är negationen till utsagan $P \Rightarrow Q$.

   b) Varje linjärt ekvationssystem med färre ekvationer än obekanta har oändligt många lösningar.

   c) Lösningsmängden till ekvationen $|z + 2i| = |z - 3 - i|$ utgörs av en rät linje i det komplexa talplanet.

   d) Om $f'(x) > 0$ för varje $x \in \boldsymbol{R}$ så är f en obegränsad funktion.

   e) Om f och g är funktioner definierade för alla $x \geq 0$, och om $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$, så är $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)g(x) = 0$.

   f) Om det för vektorerna $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ gäller att $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = \mathbf{u}\times\mathbf{w}$, så måste $\mathbf{v} = \mathbf{w}$.

7. a) Definiera *derivatan* av en funktion f i en punkt a. (6p)

   b) Ge exempel på en funktion som är kontinuerlig i en viss punkt, men inte deriverbar i denna punkt.

   c) Bevisa att om en funktion är deriverbar i en punkt så är den också kontinuerlig i punkten.

Lycka till!
/LF

MATEMATIK
Chalmers

SVAR

1. a) $(x, y, z) = (1 - t, -1 - t, t)$.

   b) $x > \frac{2}{3}$ eller $x < -2$.

   c) T ex $(x, y, z) = (1, 2, 3) + t(1, 0, -3)$
   (välj riktningsvektorn så att dess skalärprodukt med $(3, 4, 1)$ är noll).

   d) $x = \dfrac{\ln 5}{\ln 4}$.

   e) Gränsvärden 3, 0 respektive 0.

   f) $f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{4 + x}$, $D_{f^{-1}} = [-4, \infty)$, $V_{f^{-1}} = (-\infty, 2]$.

2. Tangent: $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$, normal: $y = 4x - \frac{7}{2}$.

3. Största värdet: $f(\frac{1}{100}) = 100 - \ln 10$, minsta värdet: $f(2) = \frac{1+\ln 2}{2}$.

4. Riktningen ges av vektorn $(-23, 22, 4)$.

5. Skärningspunkt finns om och endast om $0 < a \leq e^{1/e}$.

6. a) Sant.

   b) Falskt.

   c) Sant.

   d) Falskt.

   e) Falskt.

   f) Falskt.

7. Se boken!