MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för E, TMV 155
Tid: 2006-01-13, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga
Telefonvakt: tel 0762 721 860

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.
Betygsgränser, ev bonuspoäng inräknad: 20 - 29 p. ger betyget 3, 30 - 39 p. ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5. För att bli godkänd krävs även att man är godkänd på laborationen i matlab.
Besked om tentans rättning ges på kursens hemsida
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv155e/0506/

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Ange en vektor ($\neq \mathbf{0}$) som är ortogonal mot $(1, 2, -2)$. (2p)

   b) Ange alla lösningar till ekvationssystemet (3p)

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + 5y - z = -1 \\ x + 4y - z = 0 \end{cases}$$

   c) Ange alla reella lösningar till ekvationen (2p)

$$\ln x + \ln(3 - x) = \ln 2 \ .$$

   d) Negera utsagan: “ för alla $y \in A$ finns $x \in B$ så att $x > y$ ”. (2p)

   e) Ge exempel på en funktion f med $D_f = [0, 1]$ och $V_f = [0, \infty[$. (2p)

   f) Rita lösningsmängderna i det komplexa talplanet till: (3p)

      i. $|z + 1 - i| = 2$ ii. $z^3 = 1$

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. Lös olikheten $x^5 < 3x^3 + 4x$ (6p)

3. Bestäm en ekvation, på normalform, för det plan som innehåller punkterna (1,0,4), (-2,1,0) och (3,2,1). (6p)

4. Beräkna följande gränsvärden: (6p)

   a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x + \sin x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln(1 + \ln x)}{\ln x^2}$

5. Skissa kurvan $y = x^x$, $x > 0$. Beräkna även, och skissa, tangenten till kurvan i punkten där $x = 1$. (6p)

VÄND!

MATEMATIK
Chalmers

---

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

   a) Varje homogent ekvationssystem med lika många ekvationer som obekanta har bara den triviala lösningen.
   b) $e^z \neq 0$ för varje komplext tal z.
   c) $\arcsin(\sin x) = x$ för alla $x \in \boldsymbol{R}$.
   d) Om f är en inverterbar funktion så är f strängt monoton.
   e) Om f är kontinuerlig i a så är $|f|$ kontinuerlig i a.
   f) Om $|f|$ är kontinuerlig i a så är f kontinuerlig i a.

7. Rita en figur som illustrerar olikheterna $\sin x < x < \tan x$ för $0 < x < \frac{\pi}{2}$. (6p)

   Bevisa med hjälp av ovanstående olikheter att $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Lycka till!
Lennart

MATEMATIK
Chalmers

SVAR

1. a) T ex $(0,1,1)$.

   b) $(x,y,z) = (-2,1,2)$

   c) $x = 1$ och $x = 2$.

   d) $\exists y \in A \ \forall x \in B : x \leq y$

   e) T ex
   $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - 1 & \text{då} \quad 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{då} \quad x = 0 \end{cases}$$

   f) (i) Cirkel med centrum i punkten $-1+i$ och radie 2. (Rita!)

   (ii) Tre punkter som bildar en liksidig triangel på enhetscirkeln: $1, \ (-1+\sqrt{3}i)/2, \ (-1-\sqrt{3}i)/2$. (Rita!)

2. Olikheten är sann om $x < -2$ eller $0 < x < 2$.

3. Planet har ekvationen $5x - 17y - 8z + 27 = 0$.

4. a) Gränsvärdet är 1.

   b) Gränsvärdet är $\frac{1}{2}$.

5. Kurvan $y = f(x) = x^x$ saknar asymptoter.
   Lokalt minivärde: $f(1/e) = e^{-1/e}$.
   $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1, \ \lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$.
   Tangent genom $(1,1)$: $y = x$.
   (Figur)

6. a) Falskt.

   b) Sant.

   c) Falskt.

   d) Falskt.

   e) Sant.

   f) Falskt.

7. Se boken!