TMV156 Inledande matematik E, lp I, läsåret 2008-2009
Vecko–PM läsvecka 1

Denna vecka är huvudbetoningen på Trigonometri, Linjära ekvationssystem, och Funktionsbegreppet.

Trigonometri, (RA avsnitt P7)

Vi behandlar de grundläggande trigonometriska funktionerna: sin cos, tan och cot.

Standardvinklar

Det är viktigt för ens arbete/studier att man kan (utantill och genast) följande standardvinklar ($0,\ \pi/6,\ \pi/4,\ \pi/3$, och $\pi/2$ (radianer avses alltid om inget annat sägs)) och dess sin- och cos-värden:

$$\begin{array}{lllll} \sin 0 = 0, & \sin \pi/6 = \frac{1}{2}, & \sin \pi/4 = \frac{1}{\sqrt{2}}, & \sin \pi/3 = \frac{\sqrt{3}}{2}, & \sin \pi/2 = 1, \\ \cos 0 = 1, & \cos \pi/6 = \frac{\sqrt{3}}{2}, & \cos \pi/4 = \frac{1}{\sqrt{2}}, & \cos \pi/3 = \frac{1}{2}, & \cos \pi/2 = 0. \end{array}$$

Grundläggande trigonometriska formler

$\sin^2 v + \cos^2 v = 1$ (trigonometriska ettan), $\sin(u+v) = \sin u \cos v + \cos u \sin v$, $\cos(u+v) = \cos u \cos v - \sin u \sin v$, (additionsformel för sinus resp. cosinus). Observera att från dessa formler får man enkelt de andra: $\sin(u-v) = \sin(u+(-v))$ ger additionsformel (eller snarare subtraktionsformel) för $\sin(u-v)$ och på likartat sätt behandlas $\cos(u-v)$. Formlerna för dubbla vinkeln fås genom att i additionsformler sätta $u = v$ och förenkla. Produktformlerna fås genom att addera/subtrahera HL resp. VL i additionsformlerna.

Mål

Kunna härleda ngn additionsformel. [Observera att dessa kan användas för att bevisa att $\cos v + i \sin v$ uppför sig som en exponentialfunktion ('därav' den lämpliga beteckningen e^{iv}, den imaginära exponentialfunktionen, för $\cos v + i \sin v$) och då gäller $\cos(u+v) + i\sin(u+v) = e^{i(u+v)} = e^{iu}e^{iv} = (\cos(u) + i\sin(u))(\cos(v) + i\sin(v)) = \cos u \cos v - \sin u \sin v + i(\sin u \cos v + \cos u \sin v)$ och identifikation av real resp. imaginärdelar ger additionsformlerna ovan; och alltså ett ännu enklare alternativ för att komma ihåg (kontrollera att man minns rätt) additionsformlerna.]

Kunna använda enhetscirkeln för att med enkla symmetriresonemang och användande av standardvinklarna snabbt kunna härleda de flesta enklare trigonometriska formlerna. Man ska se till att man kan 'allt' utantill och vi använder inte formelsamling; (ej heller på tentor eller duggor).

Kunna och i problemlösning kunna tillämpa sinus- och cosinussatserna.

Extra uppgifter

8) Solvera (i. e. finn övriga sidlängder och vinklar) en triangel med sidlängder $b = 41,6$ och $c = 63,5$ samt vinkel $B = 28,5°$.

Linjära ekvationssystem, (DL: 1.1-1.2)

Vi behandlar det systematiska lösandet av ekvationssystem med eliminationsmetoden.

Mål

Huvudsaken i detta avsnitt är att förstå och kunna utföra det systematiska tillämpandet av *eliminationsmetoden* för lösandet av ekvationssystem; homogena och inhomogena. Eliminationsmetoden är en systematisk metod att förenkla ekvationssystemet successivt med bibehållen lösningsmängd till ett så enkelt ekvationssystem att man direkt kan lösa ut de obekanta. Ett huvudresultat säger att lösningsmängden (mängden av lösningar) till ett ekvationssystem alltid är precis ett av fallen: tomma mängden, exakt en lösning eller oändligt många lösningar; (aldrig två lösningar, 15 lösningar eller 3279 lösningar!). För att förstå detta resultat är det lämpligt att införa begrepp som koefficientmatris, utökad matris (augmented matrix), radreducerad matris, echelon form, rad echelon form (REF), radreducerad echelon form (RREF), pivotelement, bundna (basic) och fria (free) variabler. Att förstå de bakomliggande orsakerna till detta resultat samt behärska de olika lösningsfallen och kunna lösa ekvationssystem i de olika fallen är huvudmålet för denna del av kursen.

Extra uppgifter

9) För vilka värden på a har ekvationssystemet $\begin{cases} x_1 + ax_2 + x_3 &= 1 \\ ax_1 + x_2 + x_3 &= a+1 \\ x_1 - x_2 + x_3 &= a+2 \end{cases}$ mer än en lösning? Ange för alla sådana a-värden den fullständiga lösningen till systemet.

Funktionsbegreppet, (RA: P4-P5)

Huvudpoängen med en funktion är att den/det är ett tillordnande som är *unikt* för varje objekt som det görs ett tillordnande för; det är aldrig någon tveksamhet om ett objekt, element, ska associeras med det ena eller andra elementet för det finns alltid bara högst ett möjligt element att associeras till ('slängas iväg på'). Om det i klassen finns flera med namnet Karin, så när läraren säger Karin vet de olika personerna med namnet Karin (och de andra eleverna i klassen) inte vem av dem som avses (om inte läraren på ngt annat sätt gör det tydligt vem som avses); tillordningen från namn till personer i klassen är alltså i detta fall inte en funktion (men man kan ju göra tillordningen till en funktion genom att ge tilläggsinformation; t ex Karin med den grå koftan (om det bara är en person (en Karin) med grå kofta i klassen).

Mål

Vi bestämmer, definierar, vad vi ska mena med definitionsmängd och värdemängd för en funktion (en funktion består i princip av ett tillordnande samt definitionsmängd och värdemängd), och vi lär oss olika sätt att beskriva funktioner.