

## Skiss av grafer och bestämma värdemängd

1. Rita grafen till funktionen  $f(x) = e^{\left(\frac{1}{1-x^2}\right)}$ .  
Ange alla eventuella lokala extrempunkter och asymptoter.  
Du behöver inte utreda var kurvan är konvex/konkav.
2. Visa att funktionen  $f(t) = \frac{\tan t}{2 + \tan^2 t}$  har ett största och ett minsta värde i intervallet  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ , och beräkna dessa värden.
3. Låt  $f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x} & \text{om } x < 0 \\ e^{-x^2} & \text{om } x \geq 0 \end{cases}$ 
  - (a) Visa att  $f$  är inverterbar.
  - (b) Bestäm inversens definitionsmängd och värdemängd.
  - (c) Ange funktionsuttrycket  $f^{-1}(x)$ .
4. Finn om möjligt minimum och maximum av funktionen  
$$f(x) = \begin{cases} 3 + \sin\left(\frac{3}{x+2}\right), & \text{om } x < -2, \\ \frac{x^2-3}{x+2}, & \text{om } x > -2. \end{cases}$$
5. Skissera grafen av funktionen

$$f(x) = \frac{x^2 + 6x + 9}{x - 2}$$

Ange eventuella asymptoter och lokala extrempunkter. Konvexitet/konkavitet behöver ej utredas.