MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för E1, (TMV157)
Tid: 2015-08-26, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Anna Persson, tel 0703-088304

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. (Bonuspoäng från hösten 2014 inkluderas.) Lösningar läggs ut på kursens webbsida. Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida:
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv157/1415/
Examinator: Vilhelm Adolfsson.

---

1. **OBS:** Även för uppgift 1) skall nu (kortare, motiverande) svar inlämnas.
Glöm inte att du i vissa uppgifter lätt kan kontrollera ditt svar!

   a) Skriv talet $(3+\sqrt{3}i)^{258}$ på formen $a+ib$. (2p)

   b) Beräkna ortogonalprojektionen, $Proj_v(u)$, av $u=(7,-2,-2)$ på $v=(1,0,1)$. (2p)

   c) Bestäm normallinjen till kurvan $2x+y-\sqrt{2}\sin(xy)=\dfrac{\pi}{2}$ i punkten $(\pi/4,1)$. (2p)

   d) Funktionen $f(x)=\ln\sqrt{1+x^3}$ är inverterbar då $x>-1$. Bestäm $(f^{-1})'(\ln 3)$. (2p)

   e) Beräkna gränsvärdena: (2p)

      i. $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+x}+x)$

      ii. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin x}{\sin x}$

   f) Bestäm de $a\in\mathbb{R}$ för vilka ekvationssystemet (2p)

$$\left(\begin{array}{cc|c} a & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{array}\right)$$

   har precis två lösningar.

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. Linjen L_1 går genom punkterna $A=(3,-3,4)$ och $B=(2,-1,3)$, och linjen L_2 går genom punkterna $C=(3,0,2)$ och $D=(-3,6,0)$. (8p)

   a) Bestäm en ekvation för planet som innehåller linjerna L_1 och L_2.

   b) Bestäm en ekvation för planet som är ortogonalt mot planet i a) och innehåller punkten $(1,1,1)$.

3. Undersök funktionen $f(x)=\dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$ och skissa dess graf. Ange speciellt eventuella lokala eller globala maxima/minima (punkter och funktionsvärden) och asymptoter. (6p)

4. Bestäm värdemängden för funktionen (6p)

$$f(x)=\begin{cases} 3+\sin(\frac{3}{x+2}) & \text{då } x<-2 \\ \frac{x^2-3}{x+2} & \text{då } x>-2 \end{cases}.$$

Var god vänd!

---

5. a) Ge en precis matematisk definition av att *gränsvärdet* för en funktion $f(x)$ är L, då x närmar sig a; d v s definiera $\lim_{x \to a} f(x) = L$. (2p)

   b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \to 2} x^2 + 4$ och bevisa sedan med den i a) just givna definitionen, att ditt beräknade gränsvärde är korrekt. (4p)

6. Låt $P = (s,t)$ vara en punkt på kurvan $y = \dfrac{x}{x+1}$, $x \geq 0$. Normalen till kurvan i punkten P skär x-axeln i punkten Q. För vilket val av P blir arean av triangeln med hörn i P, Q och $R = (s,0)$ så stor som möjligt? (6p)

7. a) Härled/Bevisa deriveringsregeln för $\arctan(x)$. (3p)

   b) Bevisa att funktionen $f(x) = \arctan(x) + \arctan(1/x)$, $x \neq 0$, bara antar två värden. (3p)

VA