

SI-pass LV7

Donya Khoshaman, donyak@student.chalmers.se

Sepehr Behzadi, behzadi@student.chalmers.se

1. Repetition

a. Låt $f(x) = \frac{\sin(x^2)}{x}$. Beräkna följande gränsvärden:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$$

b. Ge det komplexa talet $(-1 + i)^{20}$ på formen $a + bi$.

c. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x) = \frac{2 + \sin x}{3 - 2 \sin x}$.

d. Ange det minsta reella tal M sådant att

$$e^{-2t} - e^{-4t} \leq M e^{-t}, t \geq 0$$

2. Rita grafen

a. Skissa grafen av funktionen

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$$

Ange lokala extrempunkter och asymptoter.

b. Skissa grafen av funktionen $y = \coth x$

Vad är funktionens definitionsmängd och värdemängd?

c.

Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+8x+18}}{x}$. Ange funktionens definitionsmängd och värdemängd, samt eventuella asymptoter och lokala extrempunkter.

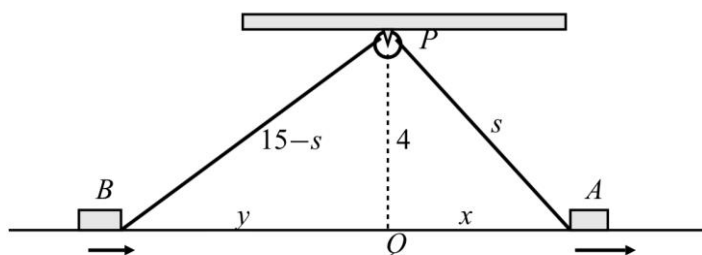
3. Gränsvärde

a. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 - \frac{\cos x}{2}} - \sqrt{1 + \frac{\cos x}{2}}}{x^2}$.

b. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

Veckans Quack!

- a. Lådorna A och B ligger på golvet och p är en remskiva som sitter fast i taket. A och B är kopplat ihop enligt bilden nedan (repet mellan de är tigt). Avståndet mellan lådan A och punkten Q är 4m. lådan A deras till



höger med hastigheten 0.5. Med vilken hastighet rör sig lådan B mot punkten Q?

b. Bevisa att om $x > 0 \Rightarrow \ln x \leq x - 1$