

**Satsen om inverterbara matrisers egenskaper** Låt  $A$  vara en kvadratisk  $n \times n$ -matris. Då är följande utsagor ekvivalenta. Alltså, för en given matris  $A$  är antingen alla sanna eller alla falska.

- a.  $A$  är en inverterbar matris.
- b.  $A$  är radekvivalent med  $I_n$ .
- c.  $A$  har  $n$  pivotpositioner.
- d. Ekvationen  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$  har endast den triviala lösningen,  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$
- e. Kolonnerna i  $A$  är linjärt oberoende.

tmv165/185 Invertible Matrix Theorem bild 1

- e. Den linjära avbildningen  $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$  är injektiv.
- f. Ekvationen  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  har minst en lösning för varje  $\mathbf{b}$  i  $\mathbb{R}^n$ .
- g. Kolonnerna i  $A$  spänner upp  $\mathbb{R}^n$ .
- h. Den linjära avbildningen  $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$  är surjektiv.
- i. Det finns en  $n \times n$ -matris  $C$  sådan att  $CA = I$ .
- j. Det finns en  $n \times n$ -matris  $D$  sådan att  $AD = I$ .
- k.  $A^T$  är en inverterbar matris.

tmv165/185 Invertible Matrix Theorem bild 2

m. Kolonnerna i  $A$  bildar en bas för  $\mathbb{R}^n$ .

n.  $\text{Col}(A) = \mathbb{R}^n$

o.  $\dim(\text{Col}(A)) = n$

p.  $\text{rank}(A) = n$

q.  $\text{Nul}(A) = \{\mathbf{0}\}$

r.  $\dim(\text{Nul}(A)) = 0$

s. Talet 0 är inte ett egenvärde till  $A$ .

t.  $\det(A) \neq 0$

tmv165/185 Invertible Matrix Theorem bild 3

u.  $(\text{Col}(A))^\perp = \{\mathbf{0}\}$

v.  $(\text{Nul}(A))^\perp = \mathbb{R}^n$

w.  $\text{Row}(A) = \mathbb{R}^n$

x.

tmv165/185 Invertible Matrix Theorem bild 4