TMV166 Linjär algebra för M, vt 2016
Kryssuppgifter läsvecka 3

1. Låt vektorerna $u = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ och $v = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$ vara givna. Tolka u och v som 3×1-matriser och beräkna de så kallade *yttre produkterna* uv^T och vu^T. (Tips: du behöver bara *beräkna* en av dem.) Beräkna även $u^T v$ och $v^T u$, vilket ger något vi definierat via en summa tidigare – vad?

2. En matris $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ är *nilpotent* om det finns ett heltal $k \geq 1$ så att $A^k = 0$ men $A^j \neq 0$ för $j = 0, \ldots, k-1$. Visa att matriserna

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{och} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

är nil-potenta genom att bestämma ett sådant k för vardera matris.

3. Hitta inversen till matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ genom att radreducera $[A, I_3]$. Kan du från detta säga något om (alt. gissa) hur inversen till en godtycklig triangulär matris kommer att se ut?

4. LU-faktorisera matrisen $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -6 & -4 & -11 \\ 10 & 1 & 11 \end{bmatrix}$ och använd denna faktorisering till att lösa systemet $Ax = b$ där $b = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \\ 7 \end{bmatrix}$.