

TMV166 Linjär algebra för M, vt 2016

Kryssuppgifter läsvecka 4

1. Om en 4×7 -matris har 3 pivotkolonner, är $\text{Col } A = \mathbb{R}^3$? Kan vi alltid lösa ekvationen $Ax = b$? Vad är dimensionen av $\text{Nul } A$? Motivera.

2. Låt $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ och $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$. Visa att $\text{rank } AB \leq \min(\text{rank } A, \text{rank } B)$ via två steg:
 - (a) Visa att $\text{rank } AB \leq \text{rank } A$. [Tips: Om $v \in \text{Col } AB$, är $v \in \text{Col } A$?]
 - (b) Visa att $\text{rank } AB \leq \text{rank } B$ [Tips: Applicera (a) på $(AB)^T$.]

3. Låt planet U i \mathbb{R}^3 ges av ekvationen $x + 2y + 3z = 0$. Då är U ett underrum av \mathbb{R}^3 . Vad är dess dimension? Ange en bas för U .

4. Låt $B = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}$ och $C = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$ vara två baser för \mathbb{R}^2 . Bestäm basbytesmatriserna ${}_{C \leftarrow B}^P$ och ${}_{B \leftarrow C}^P$.