

## TMV166 Linjär algebra för M, vt 2016

### Kryssuppgifter läsvecka 7, del 2

1. Skriv den kvadratiske formen  $Q(x) = Q(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 8x_1x_2 + 3x_2^2$

(a) på matrisform, och

(b) som en annan kvadratisk form utan blandtermer.

Kan du via detta säga något om vilka värden  $Q$  antar?

2. Låt

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 7 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad U = \begin{bmatrix} -1 & 8 & 7 & 3 \\ 0 & 4 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

vara en LU-faktorisering av matrisen  $A$ . Beräkna  $\det(A^{-1})$ . OBS: notera att du inte behöver beräkna  $A^{-1}$ !

3. Ge ett exempel på att om  $A$  och  $B$  är två  $n \times n$ -matriser med egenvärden  $\lambda_1^A, \dots, \lambda_n^A$  respektive  $\lambda_1^B, \dots, \lambda_n^B$  så är egenvärdena för  $A + B$  *inte*  $\lambda_1^A + \lambda_1^B, \dots, \lambda_n^A + \lambda_n^B$ .

4. Man kan visa att för  $x, y \in \mathbb{R}^n$  gäller det alltid att

$$|x \cdot y| \leq \|x\| \|y\|.$$

Detta kallas Cauchy-Schwarz olikhet. Använd detta för att visa (den oerhört viktiga) triangelolikheten:

$$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|.$$

Tips: vad blir  $\|x + y\|^2$ ?