

TMV166 Linjär algebra för M, vt 2017

Kryssuppgifter läsvecka 3

1. Hitta inversen till matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 \\ 6 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ genom att radreducera $[A \mid I_3]$. Kan du från detta säga något om (alt. gissa) hur inversen till en godtycklig triangulär matris kommer att se ut?

2. En egenvektor x till en matris A uppfyller $x \neq 0$ och $Ax = \lambda x$ för en konstant λ , det så kallade egenvärdet. Hitta en egenvektor till matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

med egenvärdet $\lambda = 2$, genom att först observera att $(A - \lambda I_3)x = 0$. (Vi skall studera egenvektorer och egenvärden mer i detalj nästa vecka.)

3. Bestäm inversen till

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Tips: Radreducera helst inte, tänk block!

4. Vanligtvis är kolonnrummet och nollrummet till en matris helt skilda saker. Men t.ex. nollvektorn tillhör ju alltid båda dessa underrum, och om matrisen är kvadratisk så är det samma

nollvektor. Låt $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 6 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ som i kryssuppgift 3 från läsvecka 2. Finns det någon vektor förutom nollvektorn som ligger både i $\text{Col}(A)$ och i $\text{Nul}(A)$?