TMV166 Linjär algebra för M, vt 2017
Kryssuppgifter läsvecka 5

1. Bestäm determinanten av matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -7 \\ 2 & 9 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

   på valfritt sätt. (Detta är en så kallad *Hessenberg*-matris: triangulär så när som på de extra icke-noll elementen alldeles under diagonalen.)

2. Matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 4 \\ 0 & 7 & 0 \\ 2 & -8 & -1 \end{bmatrix}$ har åtminstone egenvektorerna $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ och $v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}$. Bestäm *alla* egenvektorer, och tillhörande egenvärden.

3. Bestäm volymen av den parallellpiped som har de fyra närliggande hörnen $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ och $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

4. Matrisen $M = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ beskriver en rotation med vinkeln θ kring z-axeln i rummet. Bestäm dess reella egenvärden och egenvektorer. (Om man tänker efter så behöver man inte räkna alls, men svaret skall i så fall motiveras väl!)