TMV166 Linjär algebra för M, vt 2017
Vecko–PM läsvecka 4

Lay: 3.1-3.3 Determinanter

I kapitel 3.1 introduceras *determinanten* till en matris. Sats 1 tillsammans med sats 3 i avsnitt 3.2 är väsentlig vid determinantberäkning. Väsentligt är att acceptera att det finns en enkel regel som gäller tvåradiga matriser, en inte fullt så enkel för treradiga matriser (Sarrus regel). Det finns ingen liknade beräkningsmetod för större matriser, i allmänhet är det den algoritm som erhålls från Sats 3.2.3 som ger det mest effektiva beräkningssättet.

Sats 2, om determinanten av en triangulär matris, leder till sats 4, som är ett viktigt tillägg till sats 8 i kapitel 2. Nämligen att en matris är inverterbar om och endast om dess determinant inte är 0. Detta såg vi redan i läsvecka 2 för 2×2-matriser när vi visade att matrisen $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ är inverterbar omm $\det A = ad - bc \neq 0$.

Cramers regel i 3.3 ger en formel för beräkning av lösning till linjära ekvationssystem, en obekant i taget. Beviset utnyttjar determinantens multiplikativa egenskap och en hel del andra tidigare idéer. Metoden är inte direkt ämnad för praktiskt bruk då man löser ekvationssystem, men ger en möjlighet att beskriva lösningen eller del av den. Detta är värdefullt i en del tillämpningar, därför skall du känna till den.

Metoden för matrisinvertering i Sats 3.3.8 är arbetskrävande och rekommenderas inte heller för praktiskt bruk, i synnerhet inte för matriser större än 3×3. Metoden är huvudsakligen av teoretiskt intresse.

Hur man beräknar areor och volymer av t.ex. rotationskroppar togs upp i den föregående kursen om analys i en variabel. Applicerar vi en linjär avbildning så kommer arean av en yta eller volymen av en kropp att förändras. I avsnitt 3.3 ser vi att vi kan bestämma denna förändring genom att beräkna determinanten av transformationen. Vidare så är tillämpningen i sats 10 väsentlig vid variabelsubstitution i dubbelintegraler (eller trippelintegraler, eller med ännu fler variabler). Detta kommer studeras i nästa kurs, flervariabelanalys.

Lärmål:

För att bli godkänd på kursen skall du kunna:

Lay	Mål
3.1	beräkna determinanten för en matris av godtycklig storlek med hjälp av sats 1
3.2	förenkla kalkylerna med hjälp av sats 2, 3 och 5
3.2	utnyttja sats 4 för att avgöra om en matris är inverterbar
3.2	tillämpa sats 6 i problemlösning

För överbetyg skall du också kunna:

Lay	Mål
3.2	bevisa att en matris A är inverterbar om och endast om $\det(A) \neq 0$ (sats 4)
3.3	utnyttja Cramers regel (sats 7) i problemlösning
3.3	redogöra för determinantens tolkning som area- eller volymskala för en linjär avbildning

Rekommenderade uppgifter

(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

Avsnitt	Godkäntnivå		Överbetygsnivå
	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	
3.1	PP, 3, 4, 9, 10, 15, 37	17, 19–21	
3.2	PP, 5, 7, 11, 13, 21, 25, ***29***	9, 15, 17, 19, 27, 28	32, 39, 41–43
3.3	PP, 1, 7	19, 21, 23	26, 27, 32