

Chalmers Tekniska Högskola
Matematik

Tentamen: Matematisk analys D
TMV170 och MAD120

Datum: 2008-01-19 **Tid:** 0830-1230 **Salar:** V

Förfrågningar: tel 0762-721860

Lösningar: Matematiskt centrum, vid datasal MV:F22

Betygsgränser Chalmers: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Betygsgränser Universitet: Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

Lösningar: Anslås Matematiskt centrum, vid datasal MV:F22

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook. Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1. Ange alla reella lösningar till ekvationerna i a) och b) nedan.

(a)

$$\tan^2(v) = 3. \quad (5p)$$

(b)

$$2 \cos^2(v) - \sin(v) = 2. \quad (5p)$$

Uppgift 2. Beräkna gränsvärdet av $\sqrt{x^2 + x} - x$, då

(a) $x \rightarrow \infty$

(b) $x \rightarrow -\infty$

Uppgift 3. I ett xy -plan roteras området

$$D = \{(x, y) : \sqrt{x}e^{x^2} \leq y \leq 3, 0 \leq x \leq 1\}$$

kring x -axeln. Bestäm volymen av den så erhållna rotationskroppen. (10p)

Uppgift 4. Den komplexvärda funktionen i en komplex variabel

$$w = \frac{iz}{1+z}$$

avbildar cirkeln $z = e^{i\theta}$, där $-\pi \leq \theta \leq \pi$, på en kurva i w -planet. Bestäm en ekvation för beskrivning av denna kurva. (10p)

Uppgift 5. Differentialuttrycket $\ell(y) = y'' + 4y$ är givet.
Ange lösningen till begynnelsevärdesproblemet

$$\ell(y) = t \sin(t) \quad , \quad y(0) = 0 \quad , \quad y'(0) = 1$$

I högerledet är t oberoende variabel. (10p)

Ledning: Se på $\ell(y) = te^{it}$ och gör variabelbytet $y = ze^{it}$.

Lycka till !

Svar till uppgifterna

- (a) $v = \pm \frac{\pi}{3} + n\pi$

(b) $v = n\pi$ eller $-\frac{\pi}{6} + 2n\pi$ eller $\frac{7\pi}{6} + 2n\pi$
- (a) $\frac{1}{2}$

(b) $+\infty$
- $\pi \frac{37-e^2}{4}$
- En rät linje : $Im(w) = \frac{1}{2}$
- $y(t) = \frac{2}{9} \cos(2t) + \frac{1}{2} \sin(2t) - \frac{2}{9} \cos(t) + \frac{t}{3} \sin(t)$