

Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs Universitet
Matematik

Tentamen: Matematisk analys D
TMV170 och MMG D30

Datum: 2008-08-25 **Tid:** 0830-1230 **Salar:** V

Förfrågningar: tel 0762-721860 , 0762-721861

Lösningar: Matematiskt centrum, vid datasal MV:F22

Betygsgränser Chalmers: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Betygsgränser Universitet: Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

Skrivningsvisning: Fredagen den 5/9 1200 - 1230. Rum L2073 MC.

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook. Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1.

(a) Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \pi x} - 1}{\sin(2x)} \quad (5p)$$

(b) Funktionen $G(x)$ definieras med hjälp av integralen nedan

$$G(x) = \int_0^{\cos x} \sqrt{1 + t^2} dt .$$

beräkna andra derivatan $G''(0)$. (5p)

Uppgift 2.

I ett ortonormerat koordinatsystem O_{xy} roteras området

$$D = \{ (x, y) : 0 \leq y \leq \sin(x^2) , 0 \leq x \leq \sqrt{\pi} \}$$

kring y -axeln. Bestäm volymen av den så erhållna rotationskroppen. Du bör nog välja att arbeta med s k cylindriska skal. (10p)

Uppgift 3. Betrakta funktionen

$$x \rightarrow f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$$

som vi låter vara definierad för $x \geq -1$.

Visa att $f(x)$, observera för $x \geq -1$, är inverterbar och uttryck inversen $f^{-1}(x)$ med hjälp av våra elementära funktioner. (10p)

Uppgift 4.

(a) Ange alla komplexa rötter till ekvationen $z^6 + 64 = 0$ (5p)

(b) Ange alla komplexa rötter till ekvationen $e^z = -3$. (5p)

Ledning: Tänk på att $z \rightarrow e^z$ är $2\pi i$ - periodisk.

Uppgift 5. Betrakta begynnelsevärdesproblemet

$$y'' + 4y = 2 \cos x + 3x \sin x \quad , \quad y(0) = 1 \quad , \quad y'(0) = 2.$$

Visa först att en lösning till differentialekvationen är

$$y = x \sin x$$

och lös därefter begynnelsevärdesproblemet. (10p)

Lycka till !