

Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs Universitet  
Matematik

Tentamen: Matematisk analys D  
TMV170 och MAD120

Datum: 2009-01-15 Tid: 0830-1230 Salar: M

Förfrågningar: tel 0762-721860 , 0762-721861

Lösningar: Matematiskt centrum, vid datasal MV:F22

Betygsgränser Chalmers: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Betygsgränser Universitet: Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

Skrivningsvisning: Se kurssidans den 22/1.

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook. Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1.

(a) Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \sin(x^{-2})}{\arctan(x)} \quad (5p)$$

(b) Ange alla funktioner  $F(x)$  sådana att  $F'(x) = f(x)$ , där

$$f(x) = \sin(2x)e^{\sin^2(x)}.$$

(5p)

Ledning: Kanske är det mycket lättare än du tror.

Uppgift 2. En rymdkurva är given på parameterform

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t) \\ y(t) = \sin(t) \\ z(t) = \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

Beräkna kurvans längd. Eventuellt kan du behöva Beta! (10p)

Uppgift 3. Bestäm alla rötter till den algebraiska ekvationen

$$z^3 = -8i, \quad i^2 = -1$$

Rötterna skall ges på formen  $a + ib$ , där  $a, b \in \mathbb{R}$ . (10p)

**Uppgift 4.**

(a) Ange den allmänna lösningen till

$$y'' + 3y' + 2y = 0 \quad (5p)$$

(b) Bestäm lösningen till begynnelsevärdesproblemet

$$y'' + 3y' + 2y = \sin x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1, \quad t \geq 0 \quad (5p)$$

**Uppgift 5.** Betrakta nu nedanstående begynnelsevärdesproblem

$$t^2 y'' + ty' - 4y = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0, \quad t \geq 1$$

Gör ansatsen  $y = t^p$ , där  $p$  är en konstant och bestäm den allmänna lösningen till ekvationen, innehållande två godtyckliga konstanter. Lös slutligen begynnelsevärdesproblemet. (10p)

**Lycka till !**