VECKOPROGRAM för gruppövningar och självverksamhet.
Matematisk analys D .

Läsvecka 6

Smågruppövning v6:1, (Appendix I)

1. Läs fram till stycket 'Complex Arithmetic' på sidan A-5.
2. Exercises Appendix I: 1 - 15(udda) , 19 - 27 , 28 - 31
3. Läs nu fram till 'Roots of Complex Numbers' på sidan A-9/A-8/A-8
4. Exercises Appendix I: 34 - 42 , 48 , 49
5. Läs resten av Appendix I. Lägg märke till begreppet principalrot, som ibland användes för att uppnå entydighet för den komplexa kvadratroten.
6. Exercises Appendix I: 51 , 53 , 55

Storgruppövning v6:2, (Appendix I , den komplexa exponentialfunktionen enligt nedan)

Vi skall nu bekanta oss med den komplexa exponentialfunktionen. Denna är både praktisk och förekommer flitigt i bl a ellära.

1. Vi gör följande definition

   $$e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta) \quad , \quad \theta \in R.$$

   Övning: Använd lämpliga serieutvecklingar för att formellt visa likheten ovan. Se Beta avsnitt 8.6. Inga konvergensundersökningar behöver utföras, eftersom vi ej har nödvändiga kunskaper för detta.

2. Läs avsnitt 2.3 i Beta och formulera de Moivre's formel med hjälp av den komplexa exponentialfunktionen. Härled också Eulers formler i slutet av avsnittet 2.3 och lägg dem på minnet.

3. Vi definierar nu e^z för godtyckligt $z \in C$

   $$e^z = e^x e^{iy} \quad , \quad z = x + iy.$$

   Lägg märke till att exponentialfunktionen har perioden $2\pi i$.

4. Notera att additionteoremet

   $$e^{z_1+z_2} = e^{z_1}e^{z_2}$$

   gäller även för komplexa argument och att detta samband är mycket enklare än de trigonometriska additionsteoremen.

5. Härled additionsteoremet ovan.
6. Exercise Appendix I: 51 , 53 , 55 nu med den komplexa exponentialfunktionen.
7. Visa de båda sambanden

$$|e^z| = e^{Re(z)} \quad , \quad arg(e^z) = Im(z)$$

och använd dem på några exempel Du själv hittar på.

8. Ange alla lösningar till ekvationen $e^z = 1 + i \;\; , \;\; z \in C$.
Svar: Sätt $z = x + iy$, då blir $x = \ln(2)/2$ och $y = \pi/4 + 2k\pi$, där k är ett godtyckligt heltal.
9. Ekvationen $z^4 - z^3 - 2z^2 + 3z - 3 = 0$ har en rot $(1 - i\sqrt{3})/2$. Lös ekvationen. Tänk på faktorteoremet!
Svar: $(1 \pm i\sqrt{3})/2$ och $\pm\sqrt{3}$
10. Låt $p(z)$ vara ett polynom med reella koefficienter och gradtal minst 2. Antag att den algebraiska ekvationen $p(z) = 0$ har en icke-reell rot z_0. Visa att då blir även $\bar{z_0}$ en rot! Vad kan Du säga om faktorn $(z - z_0)(z - \bar{z_0})$ i polynomet $p(z)$?

Smågruppövning v6:3, (Appendix IV/(kap 17/kap 17) , 7.9)
Vi läser på sidorna A-23–A-26/17.1 t o m Theorem 2/17.1 t o m Theorem 2

Börja med att notera de båda problemområdena *ordinära differentialekvationer* (ODE) respektive *partiella differentialekvationer* (PDE), inkusive de internationellt använda förkortningarna. Vi skall på denna kurs endast syssla med ODE. PDE-området är väsentligen större och mera mångfascetterat. Båda ODE och PDE förekommer synnerligen ofta i matematiska modeller inom naturvetenskap och teknik.

Lägg märke till begreppen linjäritet och icke-linjäritet, samt för den förra klassen av ekvationer även egenskaperna homogen och inhomogen.

1. Studera teorem 1 och 2 som just handlar om linjäritet. Se även exempel 1 och 2.
2. Exercises Appendix IV/17.1/17.1: 1 , 3 , 5 , 7 , 9 , 11
3. Vi ser nu lite på numeriska metoder för begynnelsevärdes problem för ordinära differentialekvationer.
(Appendix IV, sid A-32–A-35)/sid 910-914/sid 948-952
4. Läs nu om separabla ekvationer i avsnitt 7.9,
sidorna 465-468/422-425/445-446 Lägg märke till olika sätt att skriva om vissa ekvationer till separabel typ.
5. Exercises 7.9: 1 , 3 , 7 , 9
6. Läs nu vidare på sidan 469/426/449. Linjära ekvationer av första ordningen kan lösas med en teknik som utnyttjar en s k *integrerande faktor*. Lär Dig denna ingående och studera exempel 7 och 8.
7. Exercises 7.9: 11 , 13 , 17 , 19